

## 10 класс

- 10.5. Различные действительные числа  $a$  и  $b$  таковы, что уравнение  $(x^2 + 20ax + 10b)(x^2 + 20bx + 10a) = 0$  не имеет корней. Докажите, что число  $20(b - a)$  не является целым. (П. Козлов)
- 10.6. Внутри треугольника  $ABC$  взята точка  $K$ , лежащая на биссектрисе угла  $BAC$ . Прямая  $CK$  вторично пересекает окружность  $\omega$ , описанную около треугольника  $ABC$ , в точке  $M$ . Окружность  $\Omega$  проходит через точку  $A$ , касается прямой  $CM$  в точке  $K$  и пересекает вторично отрезок  $AB$  в точке  $P$ , а окружность  $\omega$  — в точке  $Q$ . Докажите, что точки  $P$ ,  $Q$  и  $M$  лежат на одной прямой. (Л. Емельянов)
- 10.7. Даны  $n \geq 3$  попарно взаимно простых чисел. Известно, что при делении произведения любых  $n - 1$  из них на оставшееся число получается один и тот же остаток  $r$ . Докажите, что  $r \leq n - 2$ . (В. Сендеров)
- 10.8. В стране некоторые пары городов соединены двусторонними беспосадочными авиарейсами. При этом из любого города можно долететь в любой другой (возможно, с пересадками). Известно, что если выбрать любой замкнутый маршрут из нечётного числа рейсов и закрыть все эти рейсы, то уже не из любого города можно будет добраться в любой другой. Докажите, что все города можно распределить по 4 республикам так, чтобы любой рейс соединял города из разных республик. (Некоторые республики могут не содержать городов.) (В. Дольников)