

9 класс

Второй день

- 9.6. На бесконечной ленте бумаги выписаны в порядке возрастания все натуральные числа с суммой цифр 2018. Какое число написано на 225-м месте?
- 9.7. Изначально по кругу расставлены 40 синих, 30 красных и 20 зелёных фишек, причём фишки каждого цвета идут подряд. За ход можно поменять местами стоящие рядом синюю и красную фишки, или стоящие рядом синюю и зелёную фишки. Можно ли за несколько таких операций добиться того, чтобы любые две стоящие рядом фишки были разных цветов?
- 9.8. Серёжа выбрал два различных простых числа p и q . Он считает натуральное число n *хорошим*, если число $p + q$ можно представить в виде суммы ровно q чисел, каждое из которых имеет вид n^k при целом неотрицательном k . (Например, если бы Серёжа выбрал $p = 7$ и $q = 3$, то он бы счёл число $n = 2$ хорошим, поскольку $7 + 3 = 2^3 + 2^0 + 2^0$). Докажите, что Серёжа считает хорошими не более двух чисел.
- 9.9. В окружности ω с центром в точке O провели непересекающиеся хорды AB и CD так, что $\angle AOB = \angle COD = 120^\circ$. Касательная к ω в точке A пересекает луч CD в точке X , а касательная к ω в точке B пересекает луч DC в точке Y . Прямая ℓ проходит через центры окружностей, описанных около треугольников DOX и COY . Докажите, что ℓ касается ω .
- 9.10. В компании 100 детей, некоторые дети дружат (дружба всегда взаимна). Известно, что при выделении любого ребёнка оставшихся 99 детей можно разбить на 33 группы по три человека так, чтобы в каждой группе все трое попарно дружили. Найдите наименьшее возможное количество пар дружащих детей.

9 класс

Второй день

- 9.6. На бесконечной ленте бумаги выписаны в порядке возрастания все натуральные числа с суммой цифр 2018. Какое число написано на 225-м месте?
- 9.7. Изначально по кругу расставлены 40 синих, 30 красных и 20 зелёных фишек, причём фишки каждого цвета идут подряд. За ход можно поменять местами стоящие рядом синюю и красную фишки, или стоящие рядом синюю и зелёную фишки. Можно ли за несколько таких операций добиться того, чтобы любые две стоящие рядом фишки были разных цветов?
- 9.8. Серёжа выбрал два различных простых числа p и q . Он считает натуральное число n *хорошим*, если число $p + q$ можно представить в виде суммы ровно q чисел, каждое из которых имеет вид n^k при целом неотрицательном k . (Например, если бы Серёжа выбрал $p = 7$ и $q = 3$, то он бы счёл число $n = 2$ хорошим, поскольку $7 + 3 = 2^3 + 2^0 + 2^0$). Докажите, что Серёжа считает хорошими не более двух чисел.
- 9.9. В окружности ω с центром в точке O провели непересекающиеся хорды AB и CD так, что $\angle AOB = \angle COD = 120^\circ$. Касательная к ω в точке A пересекает луч CD в точке X , а касательная к ω в точке B пересекает луч DC в точке Y . Прямая ℓ проходит через центры окружностей, описанных около треугольников DOX и COY . Докажите, что ℓ касается ω .
- 9.10. В компании 100 детей, некоторые дети дружат (дружба всегда взаимна). Известно, что при выделении любого ребёнка оставшихся 99 детей можно разбить на 33 группы по три человека так, чтобы в каждой группе все трое попарно дружили. Найдите наименьшее возможное количество пар дружащих детей.