



11 класс

Первый день

- 11.1. Внутри выпуклого пятиугольника отметили точку и соединили её со всеми вершинами. Какое наибольшее число из десяти проведенных отрезков (пяти сторон и пяти отрезков, соединяющих отмеченную точку с вершинами пятиугольника) может иметь длину 1?
- 11.2. В каждую клетку таблицы 1001×1001 поставили 0 или 1. Оказалось, что в любом столбце нулей больше, чем единиц. Обязательно ли найдутся два столбца таких, что число строк, в пересечениях которых с этими двумя столбцами стоят только нули, больше числа строк, в пересечениях которых с этими двумя столбцами стоят только единицы?
- 11.3. Дан неравнобедренный треугольник ABC , в котором $\angle B = 135^\circ$. Пусть M — середина отрезка AC . Точка O — центр окружности Ω , описанной около треугольника ABC . Луч BM вторично пересекает окружность Ω в точке D . Докажите, что центр окружности Γ , описанной около треугольника BOD , лежит на прямой AC .
- 11.4. Изначально на доску выписали числа $1 - \sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ и $1 + \sqrt{2}$. Каждую минуту с доски стираются все три написанных на ней числа x , y и z , а вместо них на доску записываются числа $x^2 + xy + y^2$, $y^2 + yz + z^2$ и $z^2 + xz + x^2$. Могут ли в некоторый момент все три числа на доске оказаться рациональными?
- 11.5. Назовём *лодочкой* трапецию  с основаниями 1 и 3, получающуюся приклеиванием к противоположным сторонам единичного квадрата двух треугольничков (полуклеток). В квадрате 100×100 расположена невидимая лодочка (её можно поворачивать, она не выходит за границы квадрата, её средняя клетка целиком лежит на одной из клеток квадрата). Одним выстрелом можно накрыть любую треугольную половинку клетки. Если выстрел пересекается с внутренностью лодочки (т. е. пересечение треугольника выстрела с лодочкой имеет ненулевую площадь), то она считается потопленной. Какого наименьшего количества выстрелов достаточно, чтобы наверняка потопить лодочку?

11 класс

Первый день

- 11.1. Внутри выпуклого пятиугольника отметили точку и соединили её со всеми вершинами. Какое наибольшее число из десяти проведенных отрезков (пяти сторон и пяти отрезков, соединяющих отмеченную точку с вершинами пятиугольника) может иметь длину 1?
- 11.2. В каждую клетку таблицы 1001×1001 поставили 0 или 1. Оказалось, что в любом столбце нулей больше, чем единиц. Обязательно ли найдутся два столбца таких, что число строк, в пересечениях которых с этими двумя столбцами стоят только нули, больше числа строк, в пересечениях которых с этими двумя столбцами стоят только единицы?
- 11.3. Дан неравнобедренный треугольник ABC , в котором $\angle B = 135^\circ$. Пусть M — середина отрезка AC . Точка O — центр окружности Ω , описанной около треугольника ABC . Луч BM вторично пересекает окружность Ω в точке D . Докажите, что центр окружности Γ , описанной около треугольника BOD , лежит на прямой AC .
- 11.4. Изначально на доску выписали числа $1 - \sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ и $1 + \sqrt{2}$. Каждую минуту с доски стираются все три написанных на ней числа x , y и z , а вместо них на доску записываются числа $x^2 + xy + y^2$, $y^2 + yz + z^2$ и $z^2 + xz + x^2$. Могут ли в некоторый момент все три числа на доске оказаться рациональными?
- 11.5. Назовём *лодочкой* трапецию  с основаниями 1 и 3, получающуюся приклеиванием к противоположным сторонам единичного квадрата двух треугольничков (полуклеток). В квадрате 100×100 расположена невидимая лодочка (её можно поворачивать, она не выходит за границы квадрата, её средняя клетка целиком лежит на одной из клеток квадрата). Одним выстрелом можно накрыть любую треугольную половинку клетки. Если выстрел пересекается с внутренностью лодочки (т. е. пересечение треугольника выстрела с лодочкой имеет ненулевую площадь), то она считается потопленной. Какого наименьшего количества выстрелов достаточно, чтобы наверняка потопить лодочку?