11 класс

1. Условие. Наземно-космический интерферометр состоит из двух радиотелескопов: один установлен на поверхности Земли, другой – на спутнике, движущимся по орбите вокруг Земли. В момент наблюдения спутник находился на расстоянии 10000 км от центра Земли. Для наземной антенны спутник находился на высоте 60°, а исследуемый источник на высоте 30°, причем оба на одном азимуте. Определите разрешение интерферометра в данном эксперименте, если наблюдения проводились на длине волны 18 см.

1. Решение. Как и для одиночного зеркала, угловое разрешение интерферометра равно $1.22\cdot\lambda/d$, где λ – длина волны, а d – длина проекции базы интерферометра (т. е. расстояния между антеннами) на направление, перпендикулярное направлению на источник.

Найдем величину базы D. Поскольку источник и спутник находятся на одном азимуте, то они также находятся в одной плоскости с центром Земли и наземной антенной. Пусть R_0 – радиус Земли, а R – расстояние от центра Земли до спутника. Тогда из треугольника "центр Земли – антенна – спутник" мы можем найти размер базы, воспользовавшись теоремой косинусов:

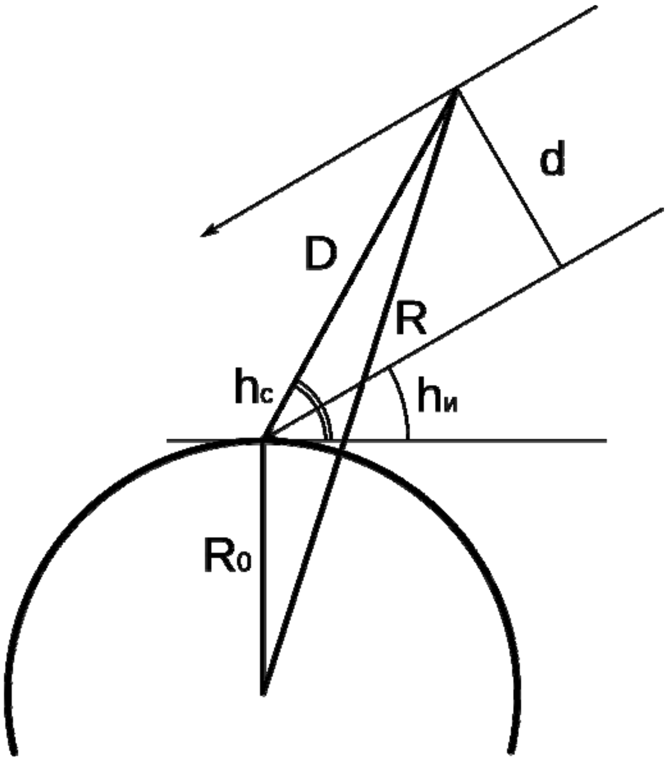
$$R^2 = R_0^2 + D^2 - 2R_0 D\cos(\frac{\pi}{2} + h_C) = R_0^2 + D^2 + 2R_0 D\sin h_C .$$

Это квадратное уравнение относительно D. Корни этого уравнения равны

$$D = -R_0 \sin h_C \pm \sqrt{R^2 - R_0^2 \cos^2 h_C}.$$

Физический смысл имеет только решение со знаком «+». Отсюда расстояние между наземным и космическим телескопами равно примерно 4000 км. Тогда проекция базы равна

$$d = D\sin(h_С - h_И) = 2000 \text{ км}.$$



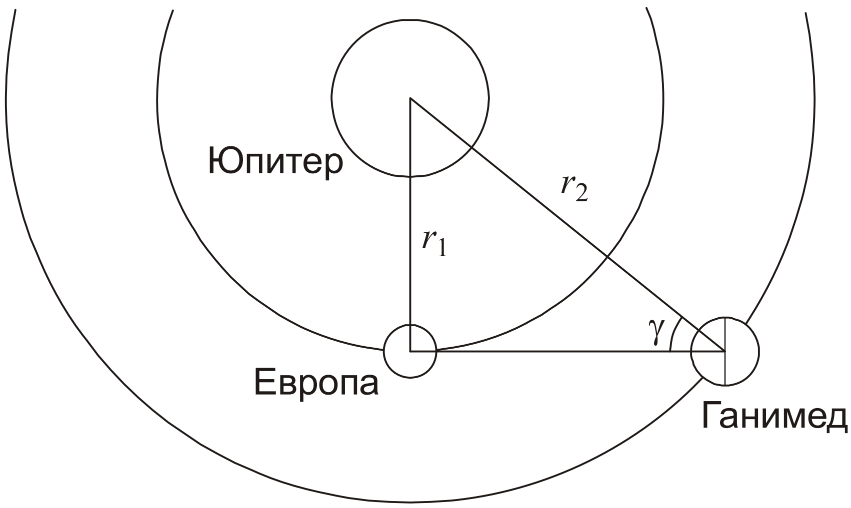
Разрешение составляет 0.02″.

1. Система оценивания. Решение задачи естественным образом разбивается на несколько этапов. Вычисление величины базы интерферометра (расстояния между телескопами) оценивается в 4 балла. Если в качестве базы интерферометра используется радиус орбиты спутника, за этот этап выставляется 0 баллов, но остальные этапы оцениваются в полной мере. Если участник олимпиады за величину базы принимает высоту орбиты спутника без обоснований, за это выставляется 1 балл, но в случае правильного обоснования примерного равенства высоты и базы, например, с помощью масштабного чертежа, выставляется 3 балла.

Определение величины проекции базы оценивается в 2 балла. Формулу для определения углового разрешения допустимо использовать без коэффициента 1.22, это не считается ошибкой. Использование этой формулы оценивается в 1 балл. Последний 1 балл выставляется за вычисление правильного ответа.

2. Условие. На полюсе спутника Юпитера Европа, на высокой башне, установили телескоп для изучения другого спутника – Ганимеда – и постройки его карты. Какую часть поверхности Ганимеда удастся изучить с этим телескопом? Считать орбиты спутников круговыми и лежащими в плоскости экватора Юпитера и самих спутников, размеры спутников – существенно меньшими радиусов их орбит. Считать также, что весь диск Ганимеда постоянно находится над горизонтом с точки положения телескопа на башне.

2. Решение. Как известно, за счет приливного влияния планет их крупные спутники всегда обращены к планете одной стороной. Не является исключением Луна, а также все галилеевы спутники Юпитера. Если орбита спутника круговая, а его экватор лежит в плоскости этой орбиты, то у спутника практически не будет либраций, таких, как у Луны. Малость размеров спутников по сравнению с радиусами орбит дает основание не учитывать и параллактические эффекты при наблюдении одного спутника с другого. В этом случае мы считаем спутники жестко повернутыми одной стороной к планете. Будем считать меридиан спутника, обращенный к планете, нулевым (так и делается при картографировании спутников). Тогда с самой планеты, если не учитывать либрации, видны области спутника с долготами от –90° до +90°, то есть половина поверхности. Рассмотрим условия наблюдения одного спутника с другого:



Ганимед располагается дальше от Юпитера, чем Европа, и повернут к ней, по большей части, тем же полушарием, что и к Юпитеру. Однако, при благоприятном расположении, с Европы будет видна часть обратного полушария Ганимеда. Эффект будет максимальным, когда Ганимед при наблюдении с Европы окажется в квадратуре, а Европа при наблюдении с Ганимеда окажется в наибольшей элонгации от Юпитера, равной

$$\gamma = \arcsin \frac{r_1}{r_2} = 39^{\circ}.$$

В этом случае с Европы можно будет наблюдать области поверхности Ганимеда с долготой до 90°+39°=129°. В противоположной квадратуре доступны будут области с долготой до –129°. Обратим внимание, что Ганимед не будет покрываться Юпитером в эти моменты. В течение юпитерианского года каждый участок видимой поверхности Ганимеда будет хоть когда-нибудь освещен Солнцем и может быть изучен. Учитывая, что спутники малы, их оси параллельны, а плоскость их орбит совпадает с плоскостями экваторов, доля наблюдаемой поверхности Ганимеда будет равна 100%·((129+129)/360) = 72%.

2. Система оценивания. Для решения задачи участники олимпиады должны указать, что спутники повернуты к Юпитеру одной стороной. Данный вывод оценивается в 2 балла. После этого они должны рассмотреть конфигурацию с максимальной наблюдаемой долготой поверхности Ганимеда, что оценивается еще в 2 балла. Вычисление этой долготы и доли наблюдаемой поверхности Ганимеда оценивается еще по 2 балла за каждое.

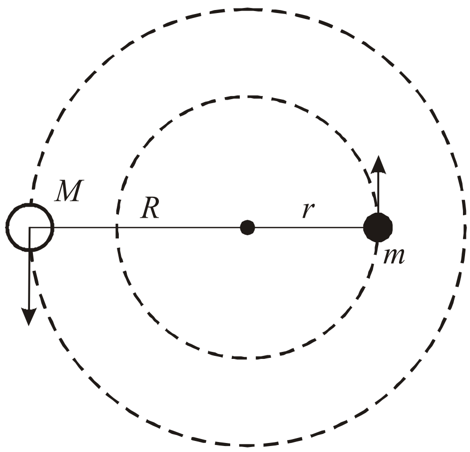
Если участник забывает учесть, что удастся наблюдать области обратного полушария Ганимеда по 39° с обоих сторон, а будет учитывать только одну с ответом 61%, то каждый из двух последних этапов оценивается по 1 баллу (итоговая оценка – не более 6 баллов). Если вместо квадратуры Ганимеда берется конфигурация, при которой он отстоит на 90° по долготе от Европы (с ответом 68%), то в задаче не засчитывается второй этап, и максимальная оценка также составляет 6 баллов.

3. Условие. Оптическая звезда входит в двойную систему с темным компактным объектом. Масса темного объекта равна 1.4 массы Солнца. Движение вокруг центра масс происходит так, что у оптической звезды исчезает годовое параллактическое смещение в небе Земли. Определите массу этой звезды. Орбиты Земли и звезд в системе считать круговыми.

3. Решение. Изобразим описанную в условии задачи систему из светлой и темной звезды. Обе они движутся по круговым орбитам вокруг центра масс. Коль скоро у светлой звезды с массой M нет параллактического смещения, линия "Земля – звезда" все время сохраняет фиксированное направление в пространстве. В случае круговых орбит это может быть только в том случае, если звезда описывает круг около центра масс с радиусом R, равным 1 а.е. с периодом 1 год в плоскости, параллельной плоскости вращения Земли (плоскости эклиптики).

Выражая радиусы орбит в астрономических единицах, массы – в массах Солнца, а период обращения – в годах, запишем выражение обобщенного III закона Кеплера:

$$\frac{(M+m)T^2}{(R+r)^3} = 1.$$



Фактически, мы сравниваем эту систему с системой "Солнце-Земля", где все три величины равны единице. Для двойной системы также T=1, а для радиусов орбит справедливо соотношение:

$$M\,R = m\,r.$$

Отсюда $r = R\,(M/m)$, и далее:

$$\left(1+\frac{M}{m}\right)^3 = (M+m).$$

Обе величины M и m безразмерны, так как представляют собой отношение масс звезд к массе Солнца. Умножая обе части уравнения на m^3, получаем:

$$(M+m)^3 = m^3\,(M+m).$$

Из этого мы можем определить массу звезды M (в массах Солнца):

$$M = m^{3/2} - m = 0.26.$$

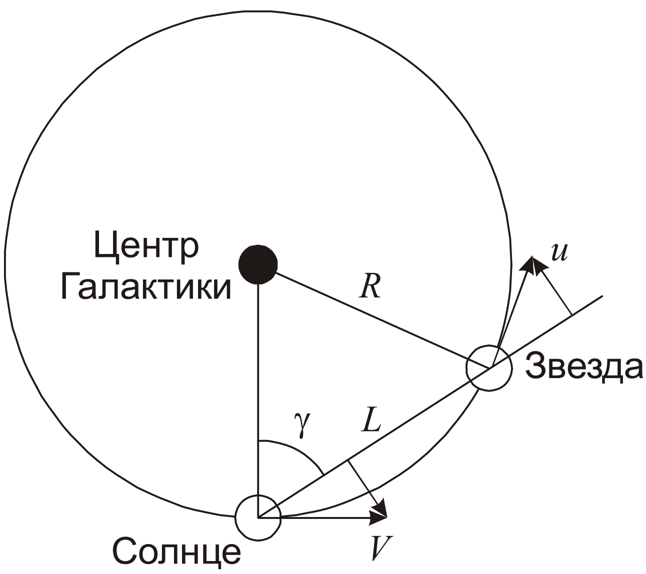
Оптическая звезда, вероятно, представляет собой красный карлик и является, по сути, спутником темного массивного объекта.

3. Система оценивания. Для решения задачи участники олимпиады должны сделать вывод о том, что круговая траектория оптической звезды по своим характеристикам идентична орбите Земли. Этот вывод можно сделать в другом виде: смещение равно параллаксу, а параллакс есть угол, под которым виден радиус орбиты Земли, следовательно, радиус орбиты звезды равен 1 а.е. Вывод в любой из форм оценивается в 2 балла. Если он не выписан в явном виде, эти 2 балла не выставляются, но дальнейшее решение оценивается в полной мере.

Правильное использование III закона Кеплера оценивается в 2 балла, при этом его запись может отличаться от приведенной выше (может использоваться полная формулировка с системным выражением всех величин). Правильное соотношение радиусов орбит звезд оценивается еще в 1 балл. Наконец, 3 балла выставляется за правильное математическое исполнение решения и запись ответа.

4. Условие. Звезда, похожая на Солнце, обращается вокруг центра Галактики. Скорость звезды относительно Солнца равна 150 км/с. Известно, что обе звезды находятся на одинаковом расстоянии от центра Галактики, равном 8 кпк, и движутся в одном направлении по окружности с одинаковой скоростью 220 км/с. Считая, что среднее межзвездное поглощение равно 0.002^m/пк, найдите видимую звездную величину этой звезды.

4. Решение. По условию задачи, Солнце и звезда движутся по одной круговой орбите с одинаковыми скоростями V. Изобразим их положение на этой орбите:



Обозначим угол между направлениями от Солнца к звезде и центру Галактики как γ. Система из двух звезд вращается как единое целое, поэтому лучевой скорости у звезды относительно Солнца нет. Есть тангенциальная скорость, равная

$$V_\text{Т} = 2u = 2V\cos\gamma.$$

Отсюда

$$\gamma = \arccos\frac{V_{\text{Т}}}{2V} = 70^{\circ}.$$

Расстояние между звездами равно

$$L = 2R\cos\gamma = 2R\frac{V_T}{2V} = \frac{RV_T}{V} = 5.5 \text{ кпк.}$$

К этому же значению можно прийти и проще. Если две звезды вращаются вокруг Солнца как единое целое, без изменения взаимного расстояния, то в системе отсчета, связанной с Солнцем, вторая звезда будет вращаться вокруг него со скоростью $V_{\text{Т}}$ и тем же периодом, что Солнце вращается вокруг центра Галактики. Радиус круга вращения звезды L будет относиться к радиусу орбиты Солнца R так же, как и соответствующие скорости ($V_{\text{Т}}$ к V).

Абсолютная звездная величина звезды M близка к солнечной ($+4.7^{\text{m}}$). Тогда видимая величина составит

$$m = M - 5 + 5\lg L + 0.002\, L = +29.5^{\text{m}}.$$

4. Система оценивания. Основная часть решения задания состоит в вычислении расстояния между Солнцем и звездой, исходя из гелиоцентрической скорости звезды. Этот этап решения оценивается в 4 балла. В случае использования более сложного способа, описанного выше, 2 балла выставляется за формулу относительно угла γ либо нахождение его значения, и еще 2 балла – за вычисление расстояния. Если при выполнении решения у участника фигурирует ненулевая лучевая скорость звезды – это указывает на неправильность выполнения этапа, и данные 4 балла не выставляются. Прямое вычисление расстояния через относительное движение и пропорцию со скоростями также оценивается в 4 балла.

Второй этап решения состоит в вычислении видимой звездной величины звезды. Этот этап оценивается в 4 балла. Если при этом не учитывается поглощение света в диске Галактики (с ответом около $+18.5^{\text{m}}$), из 4 баллов выставляется только 1 балл.

5. Условие. У звезды 12^{m} спектрального класса G2V обнаружили колебания блеска с периодом 10 лет, вызванные прохождением планеты по ее диску – в полосе V глубина составила 1.500% по яркости, а в линии $\text{H}\alpha$ – 1.520% по яркости. Оцените размеры планеты и высоту ее атмосферы, считая атмосферу состоящей из атомарного водорода и непрозрачной в линии $\text{H}\alpha$, а орбиту планеты – круговой, лежащей на луче зрения. Определите максимальное угловое расстояние между планетой и звездой.

5. Решение. Спектральный класс G2V означает, что звезда по своим свойствам похожа на Солнце. Орбитальный период планеты составляет 10 лет, из чего, по III закону Кеплера, заключаем, что расстояние между планетой и звездой составляет $10^{2/3}$=4.64 а.е.

Будем считать, что при прохождении планеты перед диском звезды в полосе V свет звезды блокируется только самой планетой, а в линии Hα – еще и ее водородной атмосферой. Обозначив радиусы планеты и звезды как r и R, а высоту атмосферы как h, запишем:

$$\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = 0.0150; \quad \frac{\pi (r+h)^2}{\pi R^2} = 0.0152.$$

Отсюда r=0.1225R = 85700 км, $r+h$=0.1233R = 86300 км, h = 0.0008R = 600 км. Найдем теперь расстояние до звезды, исходя из ее видимого блеска (12^m) и абсолютной звездной величины (около 5^m):

$$\lg r = \frac{m - M + 5}{5}; \quad r = 250 \text{ пк.}$$

Отрезок в 4.64 а.е. будет виден с такого расстояния под углом (4.64/250) = 0.02″. Это и есть максимальная элонгация планеты от звезды при наблюдении с Земли.

5. Система оценивания. Решение задания достаточно четко разбивается на основные этапы, которые можно выполнять в разном порядке:

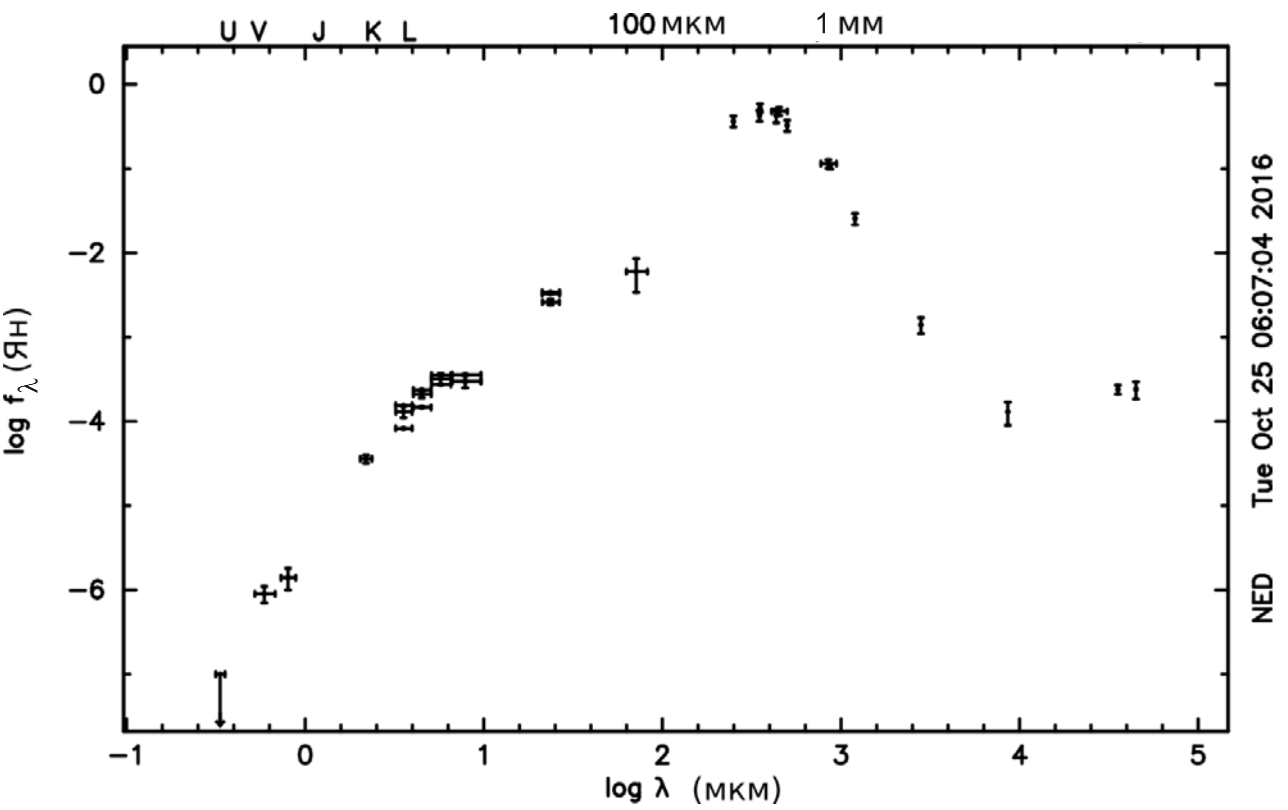
Определение расстояния между звездой и планетой – 2 балла.

Радиус планеты – 2 балла.

Высота атмосферы на планете – 2 балла.

Максимальная элонгация – 2 балла (1 балл – вычисление расстояния до звезды, 1 балл – максимальная элонгация).

6. Условие. На рисунке представлен спектр галактики SMM J2135-0102, имеющей красное смещение z=2.33. По оси абсцисс отложена длина волны в логарифмическом масштабе, по оси ординат – измеренная спектральная плотность потока излучения также в логарифмическом масштабе. Данная галактика относится к так называемым субмиллиметровым галактикам – в них практически все излучение звезд поглощается и переизлучается пылью в субмиллиметровом диапазоне электромагнитного спектра. Оцените характерную температуру пыли в галактике.



6. Решение. Будем считать, что излучение пыли близко к чернотельному, и используем закон смещения Вина, чтобы оценить ее температуру. По нижней оси абсцисс графика отложен логарифм длины волны в микрометрах. Максимум излучения пыли на графике приходится на значение логарифма 2.6, следовательно, длина волны равна

$$\lambda_{\text{изм}} = 10^{2.6} = 400 \text{ мкм}.$$

Это длина волны принятого излучения. Источник излучения удаляется от нас с высокой скоростью. Учитывая красное смещение:

$$z = \frac{\lambda_{\text{ИЗМ}} - \lambda_{\text{СОБСТВ}}}{\lambda_{\text{СОБСТВ}}},$$

получаем длину волны в системе отсчета самой галактики:

$$\lambda_{\text{СОБСТВ}} = \lambda_{\text{СОБСТВ}}/(1+z) = 120 \text{ мкм}.$$

Из закона смещения Вина находим температуру:

$$T = 2.9 \text{ мм} / \lambda_{\text{СОБСТВ}} = 24 \text{ К}.$$

6. Система оценивания. Первым этапом решения задачи является определение длины волны, соответствующей максимуму излучения галактики, что оценивается в 2 балла. Если при этом допускается ошибка в интерпретации логарифмической шкалы с ответом 600 мкм или другим, эти 2 балла не выставляются, но дальнейшее решение оценивается в полной мере.

Перевод в собственную длину волны с учетом красного смещения оценивается в 3 балла. Наконец, применение закона смещения Вина и определение температуры пыли оценивается еще в 3 балла. Участники олимпиады могут выполнить последние две операции в обратном порядке, определив "видимую" температуру галактики (около 7K) и умножив ее далее на $(1+z)$. Такой подход считается также правильным. Однако, если перевод в собственную систему отсчета галактики не производится, и температура определяется, исходя из измеренной длины волны с ответом 7K, то за второй и третий этап выставляется не более 2 баллов (общая оценка – не более 4 баллов). Если вместо множителя $(1+z)$ в решении фигурирует просто z с ответом 16K, то общая оценка составляет не более 6 баллов.