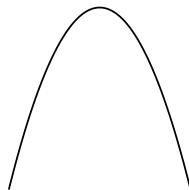


Работа рассчитана на 240 минут

1. На листе бумаги построили параболу — график функции  $y = ax^2 + bx + c$  при  $a > 0$ ,  $b > 0$  и  $c < 0$ , — а оси координат стёрли. Как они могли располагаться? (Изобразите любой пример, соответствующий указанным знакам коэффициентов, не изменяя положения самой параболы.)



2. Сумма двух целых чисел равна  $S$ . Маша умножила левое число на целое число  $a$ , правое — на целое число  $b$ , сложила эти произведения и обнаружила, что полученная сумма делится на  $S$ . Алёша, наоборот, левое число умножил на  $b$ , а правое — на  $a$ . Докажите, что и у него аналогичная сумма разделится на  $S$ .

3. В зоопарке есть 10 слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Три слона встали на левую чашу и два — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

4. Из вершины тупого угла  $A$  треугольника  $ABC$  опущена высота  $AD$ . Проведена окружность с центром  $D$  и радиусом  $DA$ , которая вторично пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $AC$ , если  $AB = c$ ,  $AM = m$  и  $AN = n$ .

5. Вася разобрал каркас треугольной пирамиды в кабинете математики и хочет из её шести рёбер составить два треугольника так, чтобы каждое ребро являлось стороной ровно одного треугольника. Всегда ли Вася сможет это сделать?

6. 100 включённых и 100 выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках стало поровну.

---

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

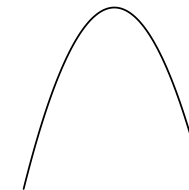
---

LXXX Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 12 марта 2017 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

<http://olympiads.mccme.ru/mmo/>

Работа рассчитана на 240 минут

1. На листе бумаги построили параболу — график функции  $y = ax^2 + bx + c$  при  $a > 0$ ,  $b > 0$  и  $c < 0$ , — а оси координат стёрли. Как они могли располагаться? (Изобразите любой пример, соответствующий указанным знакам коэффициентов, не изменяя положения самой параболы.)



2. Сумма двух целых чисел равна  $S$ . Маша умножила левое число на целое число  $a$ , правое — на целое число  $b$ , сложила эти произведения и обнаружила, что полученная сумма делится на  $S$ . Алёша, наоборот, левое число умножил на  $b$ , а правое — на  $a$ . Докажите, что и у него аналогичная сумма разделится на  $S$ .

3. В зоопарке есть 10 слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Три слона встали на левую чашу и два — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

4. Из вершины тупого угла  $A$  треугольника  $ABC$  опущена высота  $AD$ . Проведена окружность с центром  $D$  и радиусом  $DA$ , которая вторично пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $AC$ , если  $AB = c$ ,  $AM = m$  и  $AN = n$ .

5. Вася разобрал каркас треугольной пирамиды в кабинете математики и хочет из её шести рёбер составить два треугольника так, чтобы каждое ребро являлось стороной ровно одного треугольника. Всегда ли Вася сможет это сделать?

6. 100 включённых и 100 выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках стало поровну.

---

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт в феврале 2017 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

---

LXXX Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 12 марта 2017 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте

<http://olympiads.mccme.ru/mmo/>