

Решения и критерии оценивания

Задача 1

В США и Великобритании для измерения объёмов иногда используют жидкую унцию (обозначают fl. oz., 1 fl. oz.=29,6 мл). На парфюмерном заводе 1 тонну сырья используют для производства 80 м^3 одеколона, который затем разливают во флаконы объёмом 2,0 fl. oz. Рассчитайте, сколько тонн сырья нужно закупить для производства партии одеколона в 5 миллионов флаконов.

Решение

Найдём необходимый объём одеколона:

$$2,0 \text{ fl. oz.} \cdot 5\,000\,000 \cdot 29,6 \frac{\text{мл}}{\text{fl. oz.}} = 296\,000 \text{ л} = 296 \text{ м}^3.$$

Теперь найдём массу необходимого сырья: $\frac{296 \text{ м}^3}{80 \text{ м}^3/\text{т}} = 3,7 \text{ т}.$

Критерии оценивания

| | |
|---|---------|
| Жидкие унции переведены в мл | 1 балл |
| Мл переведены в м^3 | 2 балла |
| Рассчитан необходимый объём одеколона | 3 балла |
| Получен ответ | 4 балла |

За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

Максимум за задание – 10 баллов.

Задача 2

Школьник Петя едет в поезде и смотрит в окно. Он заметил, что вдоль дороги через каждый километр установлены специальные столбики и что когда дорога поворачивает, то из окна можно увидеть весь свой состав целиком. Чтобы развлечься, Петя решил заняться измерениями. В момент, когда некоторый столбик поравнялся с началом первого вагона, Петя запустил секундомер. Когда тот же столбик поравнялся с концом десятого вагона, Петя сделал первую отметку времени, а вторая отметка была сделана в момент, когда конец десятого вагона прошёл мимо следующего столбика. Получились результаты 9,2 с и 47,7 с соответственно. Затем Петя увидел, что навстречу его поезду идёт другой пассажирский поезд, и решил провести ещё одно измерение. Встречный состав из 13 вагонов прошёл мимо Пети за 6,0 с. Предполагая, что длины всех вагонов (в обоих поездах) одинаковы и скорости обоих поездов постоянны, найдите длину вагона и скорость встречного поезда.

Решение

Петин поезд проезжает 1 км за $47,7\text{ с} - 9,2\text{ с} = 38,5\text{ с}$. Значит, его скорость равна $1000\text{ м} / 38,5\text{ с} \approx 26,0\text{ м/с}$. Мимо неподвижного объекта десять вагонов Петинного поезда проехали за 9,2 с, значит, длина одного вагона равна

$$\frac{26,0 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 9,2\text{ с}}{10} \approx 24\text{ м}.$$

Всего в составе встречного поезда 13 вагонов, значит, его общая длина равна $24\text{ м} \cdot 13 = 312\text{ м}$. Скорость сближения поездов равна $312\text{ м} / 6,0\text{ с} = 52\text{ м/с}$. Значит, скорость встречного поезда равна $52\text{ м/с} - 26\text{ м/с} = 26\text{ м/с}$.

Критерии оценивания

| | |
|---|----------------|
| Найдена скорость пассажирского поезда | 2 балла |
| Найдена длина одного вагона | 2 балла |
| Найдена длина встречного состава..... | 2 балла |
| Найдена скорость сближения поездов | 1 балл |
| Найдена скорость встречного поезда | 3 балла |

*За каждое верно выполненное действие баллы складываются.
Максимум за задание – 10 баллов.*

Задача 3

В мешке лежат несколько шаров разных масс. Масса самого лёгкого шара 123 г, а самого тяжёлого – 145 г. Общая масса всех шаров равна 1015 г. Сколько шаров в мешке?

Решение

Найдём максимально возможное число шаров в мешке, предположив, что масса всех шаров, кроме самого тяжёлого, равна 123 г. В этом случае число лёгких шаров равно:

$$\frac{1015\text{ г} - 145\text{ г}}{123\text{ г}} \approx 7,07.$$

Число шаров, естественно, должно быть целым. Число лёгких шаров может быть равно 7, если часть из них тяжелее 123 г, но не может быть больше 7.

Теперь найдём минимально возможное число шаров, предположив, что все шары, кроме самого лёгкого, имеют массу 145 г: $\frac{1015\text{ г} - 123\text{ г}}{145\text{ г}} = 6,15$.

Число тяжёлых шаров не может быть равно 6, так как в этом случае какие-то шары должны иметь массу больше 145 г, что противоречит условию задачи, но число тяжёлых шаров может быть равно 7, если часть из них легче 145 г.

Таким образом мы доказали, что в мешке ровно 8 шаров (поскольку во всех промежуточных рассуждениях один шар исключался – вначале самый тяжёлый, затем самый лёгкий).

Критерии оценивания

Доказано, что в мешке не больше 8 шаров..... **3 балла**
(Этот пункт относится к первому абзацу решения, в котором доказано, что число лёгких шаров не может быть больше 7, то есть общее число шаров в мешке не может быть больше 8.)

Доказано, что в мешке не меньше 8 шаров **3 балла**
(Этот пункт относится ко второму абзацу решения.)

Дан только правильный ответ **4 балла**

Нужно учитывать и другие возможные решения – например, такое.

Если бы все шары были одинаковые и тяжёлые, то тогда бы в мешке находилось $1015 \text{ г} : 145 \text{ г} = 7$ шаров. Значит, в мешке на самом деле больше 7 шаров. Если бы все шары были одинаковые и лёгкие, то в мешке находилось бы $1015 \text{ г} : 123 \text{ г} = 8,25$ шара. Но число шаров должно быть целым! При этом данное число должно быть больше 7. Следовательно, в мешке 8 шаров.

За каждое верно выполненное действие баллы складываются.

*Максимум за задание – **10 баллов**.*

| |
|--------------------------------------|
| Всего за работу – 30 баллов . |
|--------------------------------------|