

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2015–2016 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
11 класс

1. За лето однокомнатная квартира подорожала на 21 %, двухкомнатная — на 11 %, а суммарная стоимость квартир — на 15 %. Во сколько раз однокомнатная квартира дешевле двухкомнатной?
2. Найдите какую-нибудь пару натуральных чисел a и b , больших 1, удовлетворяющих уравнению $a^{13} \cdot b^{31} = 6^{2015}$.
3. Может ли сумма 2015 последовательных натуральных чисел оканчиваться той же цифрой, что и сумма следующих 2019 чисел?
4. Учительница Мария Ивановна готовит задания для урока математики. Она хочет в уравнении $\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b} = \frac{1}{c}$ вместо a , b и c поставить три различных натуральных числа, чтобы корни уравнения были целыми числами. Помогите ей: подберите такие числа и решите уравнение.
5. Петя на ребре AB куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отметил точку X , делящую ребро AB в отношении $1 : 2$, считая от вершины A . Приведите пример, как Петя может отметить на рёбрах CC_1 и $A_1 D_1$ соответственно точки Y и Z , чтобы треугольник XYZ был равносторонним. Пример обоснуйте.
6. В турнире по шашкам участвовали ученики 10 и 11 классов. Каждый сыграл с каждым один раз. За победу участник получал 2 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Одиннадцатиклассников было в 10 раз больше, чем десятиклассников, и они вместе набрали в 4,5 раза больше очков, нежели все десятиклассники. Сколько очков набрал самый успешный десятиклассник?