

## Решения и критерии оценивания

### Задача 1

Деревянный цилиндр плавает в цилиндрическом сосуде с водой, как показано на рис. 1, выступая на  $a = 60$  мм над уровнем жидкости, который равен  $h_1 = 300$  мм. На верхнюю поверхность цилиндра ставят алюминиевый кубик так, что цилиндр полностью погружается в воду (верхняя поверхность цилиндра совпадает с уровнем воды, рис. 2). При этом уровень воды в сосуде становится равным  $h_2 = 312$  мм. Затем сосуд слегка толкнули, кубик съехал с поверхности цилиндра и утонул. Найдите уровень воды  $h_3$ , который установился после этого в сосуде. Плотность воды  $\rho_0 = 1,0$  г/см<sup>3</sup>, плотность алюминия  $\rho_1 = 2,7$  г/см<sup>3</sup>.

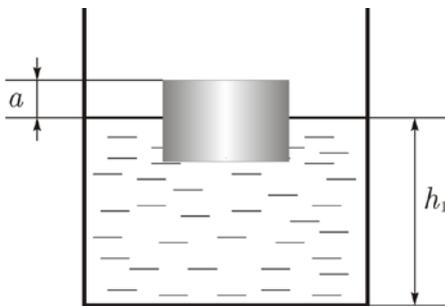


Рис. 1

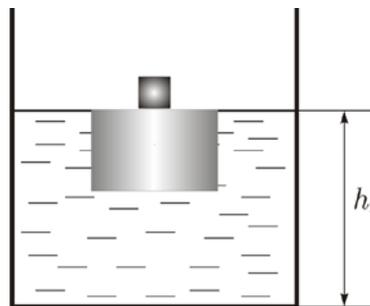


Рис. 2

### Решение

Пусть  $s$  – площадь поперечного сечения деревянного цилиндра. После того, как на цилиндр поставили кубик, объём погруженной в воду части увеличился на  $as$ , вследствие чего уровень воды поднялся на  $h_2 - h_1$ . Поскольку объём воды постоянен,

$$as = (h_2 - h_1)S,$$

где  $S$  – площадь сечения сосуда, откуда

$$\frac{S}{s} = \frac{a}{h_2 - h_1} = 5.$$

Сила тяжести, действующая на кубик, равна изменению силы Архимеда, действующей на цилиндр:

$$\rho_1 V g = \rho_0 g s a,$$

откуда объём кубика

$$V = \frac{\rho_0 S a}{\rho_1}.$$

В конечный момент цилиндр плавает, как и вначале, а кубик вытесняет объём воды, равный  $V$ . Таким образом, новый уровень воды в сосуде

$$h_3 = h_1 + \frac{V}{S} = h_1 + \frac{\rho_0 S}{\rho_1 S} a = h_1 + \frac{\rho_0}{\rho_1} (h_2 - h_1) \approx 304,4 \text{ мм.}$$

### Критерии оценивания

Записана связь изменения уровня $h_2 - h_1$ с размерами цилиндра.....	1 балл
Найдено отношение $S/s$ .....	2 балла
Записано равенство силы тяжести кубика и изменения силы Архимеда.....	1 балл
Найден объём кубика.....	2 балла
Получен ответ.....	4 балла

Максимум за задачу – **10 баллов**.

### Задача 2

Танк массой  $m = 50$  т выезжает по откидному мосту из замка (рис. 3). Мост представляет собой однородную балку длиной  $L = 60$  м и массой  $M = 60$  т. Правый конец моста удерживается в горизонтальном положении двумя наклонными тросами так, как показано на рисунке. Расстояние от моста до верхней точки крепления тросов  $H = 80$  м. Постройте график зависимости модуля силы натяжения  $T$  одного троса от положения  $x$  танка на мосту.

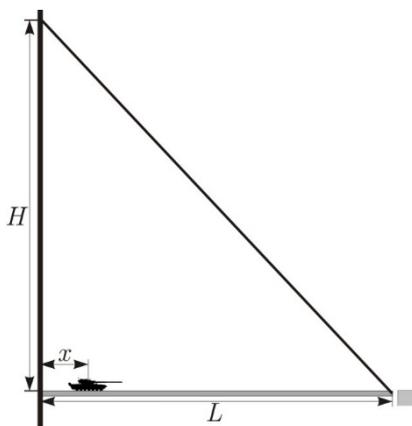


Рис. 3

### Решение

Найдём плечо силы  $T$  натяжения каждого троса относительно левого края моста. Линия действия силы натяжения направлена вдоль троса, поэтому её плечо равно высоте, опущенной на гипотенузу треугольника. Из подобия треугольников можно найти, что высота равна  $h = 60 \cdot 80/100 \text{ м} = 48 \text{ м}$ . Плечо силы тяжести, действующей на мост, равно  $L/2$ .

Пусть положение танка  $x$ , тогда момент сил относительно точки  $O$ , поворачивающих мост вниз по часовой стрелке,

$$M_1 = mgx + MgL/2,$$

Момент сил, поворачивающих мост против часовой стрелки,

$$M_2 = 2Th.$$

Для того, чтобы мост был неподвижен, должно выполняться правило моментов:  $M_1 = M_2$ . Отсюда находим, что модуль силы натяжения зависит от положения  $x$ , как  $T = \frac{MgL}{4h} + \frac{mg}{2h}x$ .

Зависимость  $T(x)$  линейна, её график приведён на рис. 3а. Заметим, что при  $x = L = 60 \text{ м}$  танк перестаёт давить на мост.

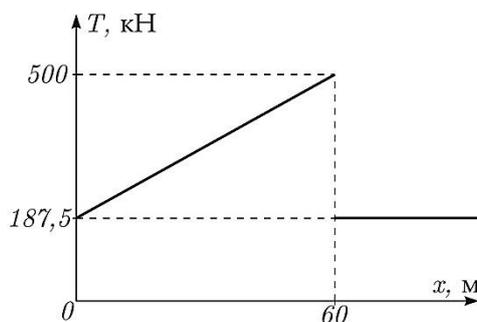


Рис. 3а

### Критерии оценивания

Найдено плечо силы натяжения троса .....	2 балла
Найдено плечо силы тяжести моста.....	1 балла
Рассчитан момент сил, вращающих мост по часовой стрелке .....	2 балла
Посчитан момент сил, вращающих мост против часовой стрелки .....	1 балла
Применено правило моментов .....	1 балл
Построен график (если построен график для силы $2T$ , т. е. для суммарной силы натяжения двух тросов, оценку снижать не надо) .....	3 балла

Максимум за задачу – **10 баллов**.

### Задача 3

В жаркий день на столе стоит стакан лимонада со льдом. Масса лимонада  $m_1 = 250$  г, масса льда  $m_2 = 50$  г, лёд и лимонад находятся в тепловом равновесии. К моменту, когда весь лёд растаял, масса лимонада в стакане была равна  $m_3 = 295$  г. Найдите количество теплоты  $Q$ , которое получило извне содержимое стакана. Удельная теплота кристаллизации воды  $\lambda = 0,33$  МДж/кг, удельная теплота парообразования при  $0^\circ\text{C}$   $r = 2,5$  МДж/кг.

#### Решение

Поскольку в течение всего рассматриваемого времени в стакане плавился лёд, температура содержимого в стакане была постоянной. Лёд массой  $m_2$  растаял, а часть воды массой  $(m_1 + m_2 - m_3)$  испарилась. Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q = \lambda m_2 + r(m_1 + m_2 - m_3) = 29 \text{ кДж.}$$

#### Критерии оценивания

Найдено количество теплоты, пошедшей на таяние льда ..... **2 балла**  
Найдено количество теплоты, пошедшей на испарение воды ..... **3 балла**  
Записано уравнение теплового баланса ..... **2 балла**  
Получен ответ ..... **3 балла**

Максимум за задачу – **10 баллов**.

### Задача 4

На рис. 4 изображена схема электрической цепи, состоящей из источника постоянного напряжения  $U_0$ , резисторов с одинаковым сопротивлением  $R$ , идеального вольтметра и идеального амперметра. Показания вольтметра  $U_V = 16$  В, амперметра –  $I_A = 24$  мА. Определите напряжение источника  $U_0$  и сопротивление  $R$  резисторов. Сопротивление источника считайте равным нулю.

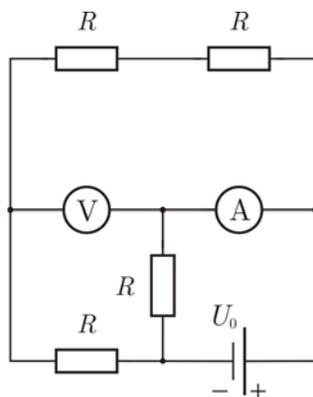


Рис. 4

### Решение

Поскольку вольтметр идеальный, ток через него не течёт, и он эквивалентен разрыву в цепи. Амперметр идеальный, поэтому напряжение на нём не падает, следовательно, амперметр эквивалентен соединительному проводу. Таким образом, получается эквивалентная схема, показанная на рис. 4а. Эту схему можно проанализировать, поэтапно применяя правила расчёта сопротивления для последовательного и параллельного соединения проводников.

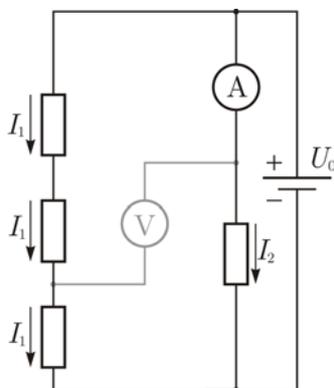


Рис. 4а

К источнику напряжения подключены две параллельных ветви: правая состоит из одного резистора (и амперметра, который можно не учитывать, поскольку его сопротивление равно нулю), а левая состоит из трёх последовательно соединённых точно таких же резисторов. Полное сопротивление левой ветви равно  $3R$ . Поскольку две ветви соединены параллельно, падения напряжений на них равны:

$$I_2 R = I_1 \cdot 3R, \quad \text{откуда} \quad I_1 = \frac{I_2}{3}.$$

С другой стороны,

$$I_A = I_2 = 24 \text{ мА},$$

$$I_1 = \frac{I_2}{3} = 8 \text{ мА}.$$

Вольтметр показывает падение напряжения на двух последовательно соединённых резисторах, через которые течёт ток  $I_1$ , значит,

$$U_V = 2I_1 R, \quad \text{откуда} \quad R = \frac{U_V}{2I_1} = 1 \text{ кОм}.$$

Тогда напряжение источника  $U_0 = I_2 R = 24 \text{ В}$ .

### Критерии оценивания

Используется, что напряжение на амперметре не падает.....	1 балл
Используется, что через вольтметр ток не течёт.....	1 балл
Указано, что $I_2 = 3I_1$ .....	1 балл
Указано, что $I_A = I_2$ , и найдено $I_1$ .....	1 балл
Указано, что $U_V = 2I_1R$ .....	2 балла
Найдено сопротивление $R$ .....	2 балла
Найдено $U_0$ .....	2 балла

Максимум за задачу – **10 баллов**.

### Задача 5

Камень бросили с горизонтальной площадки под углом к горизонту в направлении вертикальной стены. Камень упруго ударился о стену и упал на площадку. Известно, что время полёта от момента бросания до удара составило  $t_1$ , а время полёта от удара до падения –  $t_2$ . Определите, на какой высоте камень ударился о стену. Стена перпендикулярна плоскости, в которой движется камень. Влиянием воздуха можно пренебречь.

### Решение

Пусть  $h$  – высота, на которой произошёл удар. Тогда для движения камня до удара вдоль вертикальной оси  $Oy$  можно записать:

$$h = v_{0y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2},$$

где  $v_{0y}$  – проекция начальной скорости камня на ось  $Oy$ .

В момент упругого удара меняется только горизонтальная составляющая скорости, движение по вертикали можно рассматривать так, как будто удара не было. За время  $t_1 + t_2$  камень опять упал на землю, что соответствует уравнению:

$$0 = v_{0y}(t_1 + t_2) - \frac{g(t_1 + t_2)^2}{2}.$$

Отсюда находим, что начальная вертикальная скорость камня равна

$$v_{0y} = \frac{g(t_1 + t_2)}{2}.$$

Подставим эту скорость в первое уравнение и найдём высоту, на которой произошёл удар:

$$h = \frac{gt_1 t_2}{2}.$$

***Критерии оценивания***

Указано, что вертикальные составляющие скорости камня до и после удара равны..... **1 балл**  
Выражена высота через  $v_{0y}$  и  $t$  (любое)..... **3 балла**  
Найдена проекция скорости  $v_{0y}$ ..... **3 балла**  
Получен ответ..... **3 балла**

*Максимум за задание – 10 баллов.*

<b>Максимальный балл за всю работу – 50.</b>
--