

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Серый омметр

Сопротивление мультиметра в режиме вольтметра на разных диапазонах измеряем непосредственно омметром. Оно составляет $R_V = 1 \text{ МОм}$. В дальнейшем, при измерениях напряжений на сопротивлениях, превышающих 20 кОм (в этом случае влияние вольтметра может вносить систематическую погрешность, превышающую 2%), необходимо вносить поправку на конечность сопротивления вольтметра.

Для исследования зависимости напряжения на выходе омметра от величины измеряемого сопротивления R_x будем использовать переменный резистор и мультиметр в режиме вольтметра, подключённые параллельно (рис. 14). Омметр переведем в режим с пределом измерения 20 кОм .

Результаты измерений приведены в таблице 1 и на графике 1.

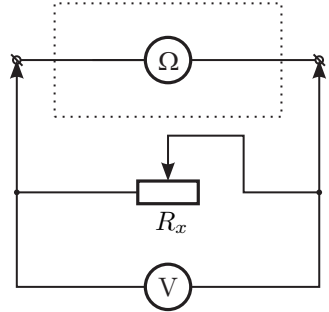


Рис. 14

R_x , кОм	U , мВ	R_x , кОм	U , мВ
0,0	0,0	4,0	693,0
1,0	214,0	5,0	812,0
1,5	309,0	6,0	919,0
1,8	362,0	7,0	1015,0
2,0	398,0	8,0	1105,0
2,4	462,0	9,0	1178,0
3,0	556,0		

Таблица 1: зависимость $U_2(R_x)$.

Теоретическая зависимость $U(R_x)$ для первой модели имеет вид:

$$U = IR_x = \frac{U_0 R_x}{R_x + r}.$$

Для второй модели, с учётом идеальности внутреннего и внешнего вольтметров: $U = I_0 R_x$.

Так как характер зависимости не линейный (график 1), вторая модель далее может не рассматриваться.

Для проверки состоятельности первой модели целесообразно линеаризировать полученные результаты, построив график, например, в осях $\frac{1}{U} \left(\frac{1}{R_x} \right)$.

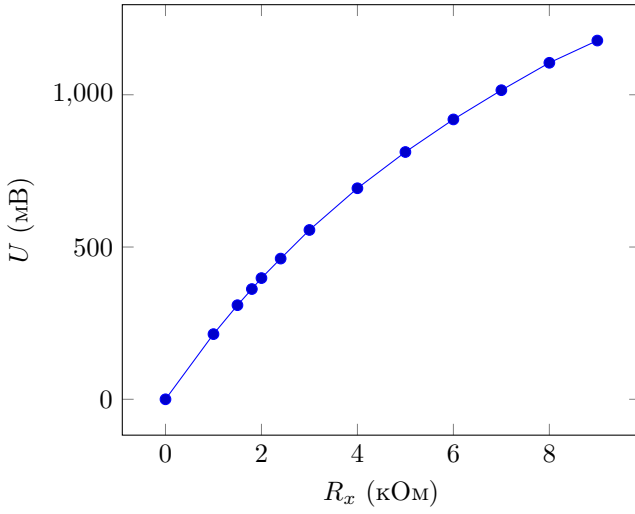


График 1

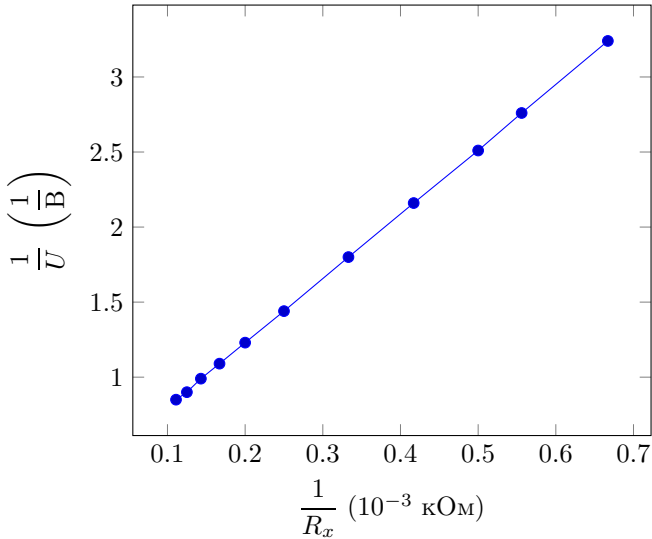


График 2

Теоретическая зависимость в этом случае имеет вид: $\frac{1}{U} = \left(\frac{1}{U_0} + \frac{r}{U_0 R_x} \right)$,

и график должен соответствовать линейной функции вида $y = a + bx$, что блестяще подтверждается (график 2).

Далее, следует искать параметры элементов первой модели (U_0 и r) для различных диапазонов измерений омметра.

Соберём цепь 1 (рис. 15), и снимем показания вольтметра U_1 для всех диапазонов (200; 2000; 20k; 200k; 2000k). Измерения можно проводить на диапазоне 20 В вольтметра.

Затем, соберем цепь 2 (рис. 16) и снимем показания вольтметра U_2 для всех диапазонов при фиксированном значении сопротивления внешнего резистора $R_x = R$ (например, 1 кОм). Измерения проводятся на диапазонах 2000 мВ и 200 мВ вольтметра. Получившиеся значения занесём в таблицу 2.

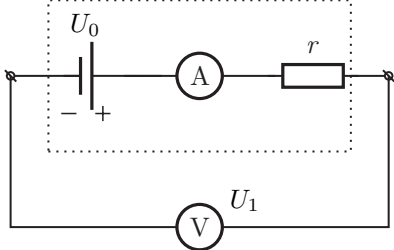


Рис. 15

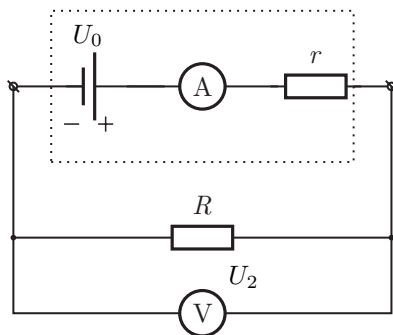


Рис. 16

Диапазон омметра	U_1 , В, $\varepsilon < 1\%$	U_2 , мВ, $\varepsilon < 1\%$
200 Ом	1,47	510
2000 Ом	2,66	787
20 кОм	2,63	211
200 кОм	2,42	25,3
2000 кОм	1,33	2,6

Таблица 2: значение U_1 и U_2 на разных диапазонах омметра.

В первой цепи сила тока, текущего через источник, равна $I_1 = \frac{U_1}{R_V}$, и $U_1 = U_0 - \frac{U_1}{R_V}r$. Во второй цепи сила тока, текущего через источник, равна $I_2 = U_2 \left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right)$, откуда $U_2 = U_0 - U_2 \left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right) r$. Решая систему

уравнений, получим точные формулы для

$$r = \frac{U_1 - U_2}{U_2 \left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right) - \frac{U_1}{R_V}} \quad \text{и} \quad U_0 = \frac{U_1 U_2 R_V}{U_2 (R_V + R) - U_1 R},$$

или приближенные с учётом $R_V \gg R$:

$$r^* = \frac{U_1 - U_2}{\frac{U_2}{R} - \frac{U_1}{R_V}} \quad \text{и} \quad U_0^* = \frac{U_1 U_2 R_V}{U_2 R_V - U_1 R}.$$

Если считать сопротивление вольтметра бесконечно большим (модель идеального вольтметра), получается грубое приближение: $r^{**} = \frac{U_1 - U_2}{U_2} R$ и $U_0^{**} = U_1$.

Результаты расчётов представлены в таблице 3.

диапазон	U_1 , В	U_2 , В	r , кОм	r^* , кОм	r^{**} , кОм
			точная формула	приближение 1	грубое приближение
200 Ом	1,47	0,51	1,885	1,887	1,882
2000 Ом	2,66	0,787	2,385	2,388	2,379
20 кОм	2,63	0,211	11,60	11,61	11,46
200 кОм	2,42	0,0255	103,6	103,7	93,9
2000 кОм	1,33	0,0026	1043	1045	510,5

диапазон	U_1 , В	U_2 , В	U_0 , В	U_0^* , В	U_0^{**} , В
			точная формула	приближение 1	грубое приближение
200 Ом	1,47	0,51	1,47	1,47	1,47
2000 Ом	2,66	0,787	2,67	2,67	2,66
20 кОм	2,63	0,211	2,66	2,66	2,63
200 кОм	2,42	0,0255	2,67	2,67	2,42
2000 кОм	1,33	0,0026	2,72	2,72	1,33

Таблица 3: контрольные данные.

Погрешность результатов ввиду сложных аналитических зависимостей можно оценить с помощью формул грубого приближения: $\varepsilon_{U_0} \approx \varepsilon_{U_1} = 1\%$, $\varepsilon_r \approx \varepsilon_{U_1} + \varepsilon_{U_2} + \varepsilon_R = 3\%$.

Задача 2. Шарик в жидкости

Первым делом определим положение центра масс линейки.

Для измерения силы натяжения будем использовать линейку в качестве рычага, осью которого служит стержень, закреплённый в штативе.

Подвесим шарик так, чтобы он касался поверхности воды, и определим значения величин h_0 и H_0 (рис. 17).

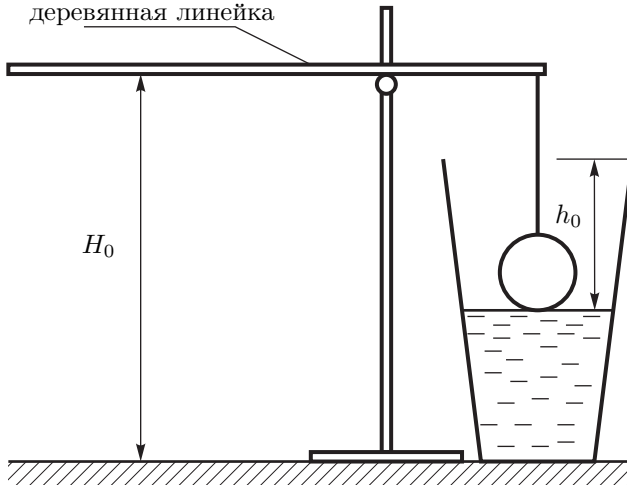


Рис. 17

Уравновесим на рычаге частично погружённый в жидкость шарик. С помощью металлической линейки будем измерять расстояние от уровня жидкости в стакане до его верха h и расстояние от поверхности стола до деревянной линейки H в точке опоры (рис. 18). При этом следим за горизонтальностью линейки, проверяя равенство расстояний от линейки до стола у точки опоры и у свободного конца линейки. Сумма $H + h$ отличается от искомой глубины погружения шарика на постоянную величину $H_0 + h_0$.

Глубина погружения шарика $l = H_0 + h_0 - h - H$. Сила натяжения нити рассчитывается по правилу моментов сил, записанного относительно точки опоры линейки: $T_x = mg(x_0 - x)$, где x — расстояние от точки опоры до точки подвеса шарика, x_0 — расстояние от точки подвеса шарика до центра масс линейки.

Запишем условия равновесия для шарика: $T + F_{\text{арх}} = m_{\text{ш}}g$.

В нашем эксперименте $H_0 = 260$ мм, $h_0 = 70$ мм, $L = 247$ мм, масса линейки $m = 22,62$ г. Результаты измерений приведены в таблице.

Построим график зависимости силы натяжения нити от глубины погружения шарика $T(l)$ (рис. 19).

Из графика видно, что при погружении шарика примерно наполовину, зависимость становится линейной. Это объясняется тем, что форму централь-

ной части шарика можно приближенно считать цилиндрической. Для определения площади поперечного сечения измерим длину окружности шарика L , прокатив его по линейке: $S = \frac{L^2}{4\pi}$.

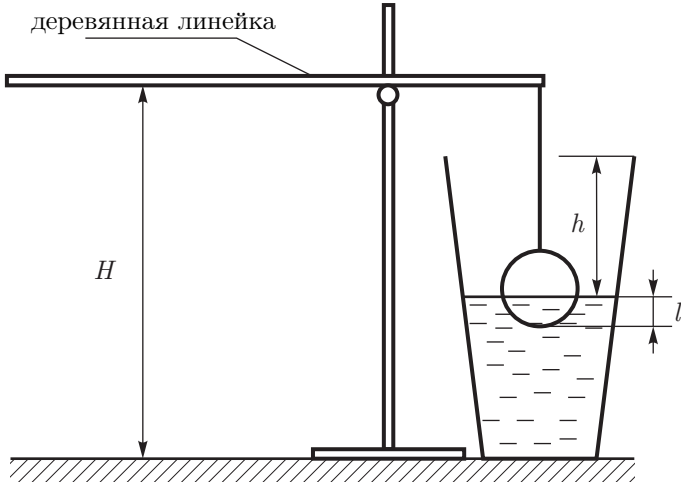


Рис. 18

Для линейного участка графика сила T пропорциональна глубине погружения шарика. По угловому коэффициенту (который равен $\rho_{жg}S = 31,5 \text{ Н/м}$, где S — площадь поперечного сечения шарика в экваториальной плоскости) определяем плотность жидкости $1,17 \text{ г/см}^3$.

Оценим погрешность эксперимента.

Глубину погружения шарика мы вычисляем по 2-м расстояниям, каждое из которых измерено с погрешностью $0,5 \text{ мм}$ (конец линейки точно прикладывается к поверхности стола и уровню воды), значит, $\Delta l = 1 \text{ мм}$. Сила натяжения вычисляется по формуле $T = \frac{mgl_1}{l_2}$, значит,

$$\varepsilon_T = \varepsilon_m + \varepsilon_{l_1} + \varepsilon_{l_2} = 0,01 + 0,025 + 0,01 \approx 0,05$$

$$\varepsilon_S = 2\varepsilon_L = 2 \frac{\Delta L}{L} = 2 \frac{2 \text{ мм}}{186 \text{ мм}}$$

На графике нарисуем кресты ошибок и построим прямые с наибольшим и наименьшим углами наклона. Погрешность определения углового коэффициента равна полуразности максимального и минимального коэффициентов, или $\varepsilon_k = 0,06$. Тогда $\varepsilon_\rho = \varepsilon_k + \varepsilon_S = 0,08$ и, окончательно,

$$\rho = (1,17 \pm 0,09) \text{ г/см}^3.$$

H , мм	h , мм	l , мм	x , мм	T , Н
258,5	69,0	2,5	44,0	1,02
257,5	68,0	4,5	45,0	1,00
256,5	66,5	7,0	46,5	0,96
255,0	67,0	8,0	47,5	0,93
254,0	67,0	9,0	48,0	0,92
253,5	65,5	11,0	50,0	0,87
252,0	64,0	14,0	53,0	0,81
251,0	63,0	16,0	58,5	0,71
249,0	61,0	20,0	62,0	0,66
248,0	59,0	23,0	69,0	0,57
247,0	58,0	25,0	75,0	0,51
246,0	56,0	28,0	88,0	0,40
245,0	54,0	31,0	101,0	0,32
243,5	52,5	34,0	116,0	0,25

Таблица 4

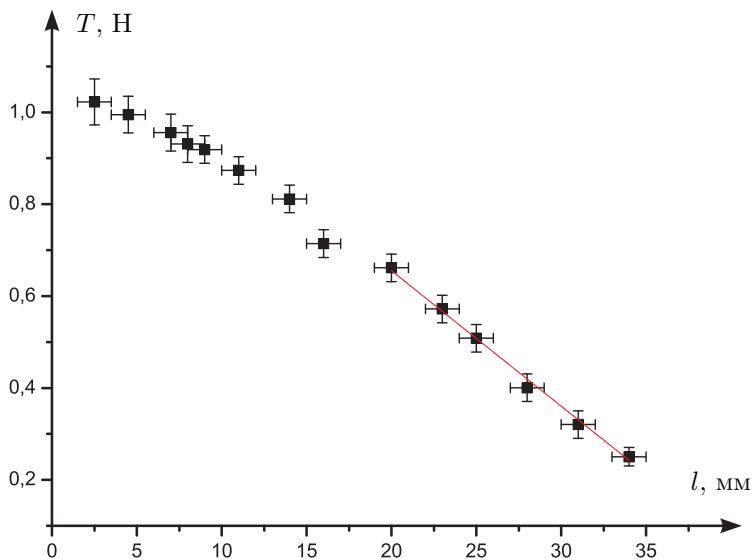


Рис. 19