

11 класс**Второй день**

- 11.5. Пусть n — натуральное число. На $2n + 1$ карточках написано по ненулевому целому числу; сумма всех чисел также ненулевая. Требуется этими карточками заменить звёздочки в выражении $*x^{2n} + *x^{2n-1} + \dots + *x + *$ так, чтобы полученный многочлен не имел *целых* корней. Обязательно ли это можно сделать?
- 11.6. В стране есть $n > 1$ городов, некоторые пары городов соединены двусторонними беспосадочными авиарейсами. При этом между любыми двумя городами существует единственный авиамаршрут (возможно, с пересадками). Мэр каждого города X подсчитал количество таких нумераций всех городов числами от 1 до n , что на любом авиамаршруте, начинающемся в X , номера городов идут в порядке возрастания. Все мэры, кроме одного, заметили, что их результаты подсчётов делятся на 2016. Докажите, что и у оставшегося мэра результат также делится на 2016.
- 11.7. Сумма положительных чисел a, b, c и d равна 3. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} + \frac{1}{d^3} \leq \frac{1}{a^3 b^3 c^3 d^3}.$$

- 11.8. В треугольнике ABC медианы AM_A , BM_B и CM_C пересекаются в точке M . Построим окружность Ω_A , проходящую через середину отрезка AM и касающуюся отрезка BC в точке M_A . Аналогично строятся окружности Ω_B и Ω_C . Докажите, что окружности Ω_A , Ω_B и Ω_C имеют общую точку.

11 класс**Второй день**

- 11.5. Пусть n — натуральное число. На $2n + 1$ карточках написано по ненулевому целому числу; сумма всех чисел также ненулевая. Требуется этими карточками заменить звёздочки в выражении $*x^{2n} + *x^{2n-1} + \dots + *x + *$ так, чтобы полученный многочлен не имел *целых* корней. Обязательно ли это можно сделать?
- 11.6. В стране есть $n > 1$ городов, некоторые пары городов соединены двусторонними беспосадочными авиарейсами. При этом между любыми двумя городами существует единственный авиамаршрут (возможно, с пересадками). Мэр каждого города X подсчитал количество таких нумераций всех городов числами от 1 до n , что на любом авиамаршруте, начинающемся в X , номера городов идут в порядке возрастания. Все мэры, кроме одного, заметили, что их результаты подсчётов делятся на 2016. Докажите, что и у оставшегося мэра результат также делится на 2016.
- 11.7. Сумма положительных чисел a, b, c и d равна 3. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} + \frac{1}{d^3} \leq \frac{1}{a^3 b^3 c^3 d^3}.$$

- 11.8. В треугольнике ABC медианы AM_A , BM_B и CM_C пересекаются в точке M . Построим окружность Ω_A , проходящую через середину отрезка AM и касающуюся отрезка BC в точке M_A . Аналогично строятся окружности Ω_B и Ω_C . Докажите, что окружности Ω_A , Ω_B и Ω_C имеют общую точку.