

Работа рассчитана на 240 минут

1. Если разделить **2014** на **105**, то в частном получится **19** и в остатке тоже **19**. На какие ещё натуральные числа можно разделить **2014**, чтобы частное и остаток совпали? (Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.)

2. Докажите, что если в выражении $(x^2 - x + 1)^{2014}$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, то какой-нибудь коэффициент полученного многочлена будет отрицательным.

3. В пространстве (но не в одной плоскости) расположены шесть различных точек: **A**, **B**, **C**, **D**, **E** и **F**. Известно, что отрезки **AB** и **DE**, **BC** и **EF**, **CD** и **FA** попарно параллельны. Докажите, что эти же отрезки попарно равны.

4. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за пять дней старик поймал ровно **100** рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня — понедельник, среду и пятницу?

5. В треугольнике **ABC** точки **M** и **N** — середины сторон **AC** и **BC** соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника **AMN** является точкой пересечения высот треугольника **ABC**. Найдите угол **ABC**.

6. В одной из вершин шестиугольника лежит золотая монета, а в остальных ничего не лежит. Кошей Бессмертный чахнет над золотом и каждое утро снимает с одной вершины произвольное количество монет, после чего тут же кладёт на соседнюю вершину в шесть раз больше монет. Если к исходу какого-то дня во всех вершинах будет поровну монет, Кошей станет Властелином Мира. Докажите, что хоть золота у него сколько угодно, но Властелином Мира ему не бывать.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXVIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 15 марта 2015 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>

Работа рассчитана на 240 минут

1. Если разделить **2014** на **105**, то в частном получится **19** и в остатке тоже **19**. На какие ещё натуральные числа можно разделить **2014**, чтобы частное и остаток совпали? (Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.)

2. Докажите, что если в выражении $(x^2 - x + 1)^{2014}$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, то какой-нибудь коэффициент полученного многочлена будет отрицательным.

3. В пространстве (но не в одной плоскости) расположены шесть различных точек: **A**, **B**, **C**, **D**, **E** и **F**. Известно, что отрезки **AB** и **DE**, **BC** и **EF**, **CD** и **FA** попарно параллельны. Докажите, что эти же отрезки попарно равны.

4. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за пять дней старик поймал ровно **100** рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня — понедельник, среду и пятницу?

5. В треугольнике **ABC** точки **M** и **N** — середины сторон **AC** и **BC** соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника **AMN** является точкой пересечения высот треугольника **ABC**. Найдите угол **ABC**.

6. В одной из вершин шестиугольника лежит золотая монета, а в остальных ничего не лежит. Кошей Бессмертный чахнет над золотом и каждое утро снимает с одной вершины произвольное количество монет, после чего тут же кладёт на соседнюю вершину в шесть раз больше монет. Если к исходу какого-то дня во всех вершинах будет поровну монет, Кошей станет Властелином Мира. Докажите, что хоть золота у него сколько угодно, но Властелином Мира ему не бывать.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 2 и 3 февраля 2015 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXVIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 15 марта 2015 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mccme.ru/mmo/>