

Решения заданий регионального этапа Всероссийской олимпиады по астрономии.

9 класс

1. Условие.

В некотором пункте Земли верхний край Солнца виден на горизонте в точке севера. На каких широтах такое возможно? Рельефом Земли в данном пункте пренебречь.

1. Решение. Обозначим величину углового радиуса Солнца как ρ , а атмосферную рефракцию через r . Раз верхний край Солнца наблюдается на горизонте, истинное положение центра Солнца (каким оно было бы при отсутствии рефракции) оказывается ниже горизонта на величину $(\rho+r)$ или на $51'$. Раз Солнце наблюдается на небесном меридиане к северу от зенита, оно может быть в верхней или нижней кульминации. Высота светила в верхней кульминации составляет

$$h_1 = 90^\circ - |\varphi - \delta|,$$

причем она будет происходить к северу от зенита, если разность под модулем отрицательна. Отсюда мы получаем:

$$\begin{aligned}\varphi &< \delta; \\ \varphi &= h_1 + \delta - 90^\circ.\end{aligned}$$

Учитывая, что склонение Солнца может принимать значения от $-\varepsilon$ до $+\varepsilon$, получаем диапазон возможных значений широт: от -90° до

$$\varphi_1 = \varepsilon - (\rho+r) - 90^\circ = -67^\circ 25'.$$

Предположим теперь, что Солнце в нижней кульминации. Для его высоты тогда справедлива формула:

$$h_2 = -90^\circ + |\varphi + \delta|,$$

причем теперь выражение под модулем должно быть положительным, иначе кульминация будет происходить к югу от зенита. В этом случае

$$\varphi > -\delta;$$

$$\varphi = 90^\circ + h_2 - \delta.$$

Широта попадает в интервал от

$$\varphi_2 = 90^\circ - (\rho+r) - \varepsilon = +65^\circ 43'$$

до $+90^\circ$. Учитывая, что на полюсах Земли понятие точки севера теряет смысл, окончательная формулировка ответа такая: широта попадает в интервалы $(-90^\circ, -67^\circ 25']$, $[+65^\circ 43', +90^\circ)$.

1. Рекомендации для жюри. Для решения задачи участник олимпиады должен определить истинное положение центра Солнца относительно северного горизонта. Учет угловых размеров Солнца и атмосферной рефракции оценивается в 1 и 2 балла соответственно, причем ошибка на этом этапе не влияет на оценку за последующие этапы, если они выполнены верно.

Следующий этап связан с вычислением двух интервалов широт, соответствующих верхней и нижней кульминациям Солнца. Для этого участники могут использовать как универсальные формулы для высот светил в кульминации, приведенные выше, так и отдельные формулы для кульминаций на севере и юге. Учет каждого случая оценивается по 2 балла. Еще 1 балл выставляется за формулировку окончательного ответа и правильное включение граничных точек ($-67^\circ 25'$ и $+65^\circ 43'$) в полученные интервалы. Включение точек полюсов в ответ на оценку не влияет.

2. Условие.

Корабль начинает свое плавание на восток вдоль экватора. На его борт взят хронометр, изначально установленный точно, но спешащий с ходом 10^{-5} . С какой скоростью должен двигаться корабль, чтобы ошибка определения координат места на основе показаний хронометра в течение плавания длиной 1000 км не превышала 1 км?

2. Решение. Измерение долготы места на основе показаний хронометра производится на основе фиксации восхода или захода какого-либо светила. Ошибка измерения в 1 км соответствует дуге экватора в $0.54'$ или 2.16 секунды. Такую погрешность часы будут иметь через 215 тысяч секунд или примерно 60 часов после начала плавания. Чтобы за это время успеть пройти 1000 км, корабль должен двигаться со скоростью не менее 17 км/ч.

2. Рекомендации для жюри. Правильный перевод длины дуги на экваторе (1 км) во временную меру оценивается в 3 балла. Вычисление времени, за которое часы наберут такую

погрешность хода, оценивается в 2 балла. Вычисление минимальной скорости корабля оценивается в 3 балла.

3. Условие.

Протопланета движется по параболической траектории вблизи молодой звезды. В точке перицентра она сталкивается с другой протопланетой с такой же массой, движущейся по круговой орбите. Перед ударом скорости обеих тел были сонаправлены, а после удара оба тела слились в одно без потери массы. Найти эксцентриситет орбиты нового тела.

3. Решение. Скорости первой и второй протопланеты до столкновения были равны первой и второй космической скорости для данного расстояния до центрального тела:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}; \quad v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}}.$$

Скорости одинаковых по массе тел были сонаправлены, и после абсолютно неупругого удара они слились в одно тело. По закону сохранения импульса, скорость нового тела будет равна среднему арифметическому скоростей исходных тел:

$$v = \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{2} \right) \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Орбита нового тела будет эллиптической, а точка слияния – перицентром этой орбиты. Для скорости в перицентре справедливо соотношение:

$$v_p = \sqrt{\frac{GM}{r_p}(1+e)}.$$

Приравнявая v и v_p , а также r и r_p , получаем:

$$\frac{\sqrt{2} + 1}{2} = \sqrt{1+e}.$$

Эксцентриситет орбиты составит:

$$e = \frac{2\sqrt{2} - 1}{4} = 0.46.$$

3. Рекомендации для жюри. Решение задания разбивается на три основных этапа. На первом участники должны показать, что скорость нового тела будет равна среднему арифметическому скоростей исходных тел. Этот этап оценивается в 3 балла. Запись выражения для новой скорости (через массу и расстояние до центрального тела или через величины космических скоростей) оценивается в 2 балла. Вычисление эксцентриситета новой орбиты оценивается в 3 балла.

Среди решений могут встретиться выводы о том, что эксцентриситет орбиты нового тела равен 0.5 как среднее арифметическое эксцентриситетов старых орбит тел. Такие решения при отсутствии обоснования не могут быть оценены выше 2 баллов, а при анализе скоростей и грубом линейном переходе к эксцентриситету – не выше 4 баллов.

4. Условие.

Известно, что диск планеты Венера, расположенной на минимальном расстоянии от Земли, оказывается на пределе разрешения невооруженным глазом для наиболее зорких людей. Из окрестностей каких еще больших планет Солнечной системы можно было бы увидеть невооруженным глазом диски других планет, и каких?

4. Решение. Определим наибольший угловой диаметр Венеры при наблюдении с Земли:

$$\delta = D_2 / (r_3 - r_2) = 2.92 \cdot 10^{-4} \text{ радиан или } 60''.$$

Здесь D_2 – диаметр Венеры, r_2 и r_3 – радиусы орбит Венеры и Земли. Полученное значение совпадает с пределом разрешения для человеческого глаза. Венера имеет такой угловой диаметр с расстояния $r_3 - r_2 = 0.277$ а.е. Она может наблюдаться на таком же расстоянии с Меркурия, если последний окажется между Солнцем и Венерой в точке афелия своей орбиты (расстояние $r_1 = 0.47$ а.е.).

Земля больше Венеры, и ее диск будет различим с расстояния до 0.29 а.е. На такое расстояние к Земле может подойти только сама Венера. Диски Меркурия и Марса будут различимы с расстояния в 0.11 и 0.16 а.е. соответственно и не могут быть видны с других планет.

Самая большая планета – Юпитер – может быть видна как диск с расстояния до 3.27 а.е. Но на такое расстояние к нему не может подойти ни одна планета, хотя расстояние от Марса до Юпитера может лишь ненамного превышать эту величину (точки перигелия орбит обеих планет располагаются по одну сторону от Солнца). Еще немного дальше от Юпитера может находиться Сатурн. Для других планет-гигантов расстояние, с которого можно различить их

диск, будет не больше 3 а.е., что существенно меньше взаимных расстояний до этих планет. Из окрестностей Юпитера можно было бы разглядеть утолщение от кольца Сатурна, но диск планеты различить глазом невозможно.

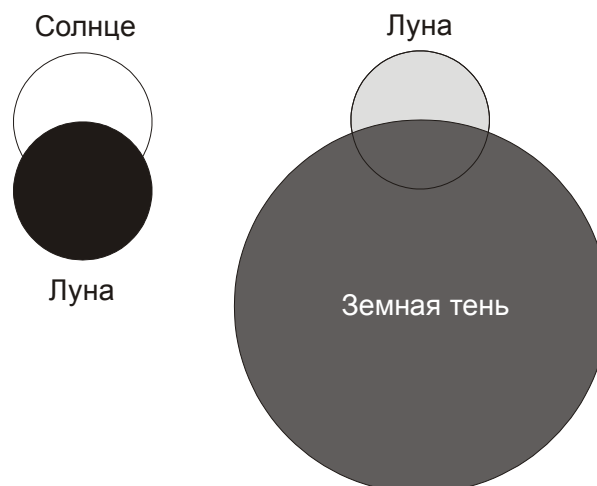
Окончательный ответ в задаче такой: невооруженным глазом можно различить диск Венеры с Меркурия и Земли, а также диск Земли с Венеры. Близким к пределу разрешения (но не достигающим его) может быть диск Юпитера при наблюдении с Марса и Сатурна.

4. Рекомендации для жюри. При проверке решений жюри должно обратить внимание на общее понимание условий наблюдения диска планеты невооруженным глазом (вычисление минимального углового диаметра и/или максимального расстояния до планеты). Наличие этого понимания оценивается в 2 балла. Вывод о возможности наблюдения диска Земли с Венеры оценивается в 4 балла, наблюдения диска Венеры с Меркурия – в 2 балла. Вывод о наблюдении диска Юпитера с Марса и Сатурна (положительный или отрицательный) ввиду граничного характера ситуации на оценку не влияет. Также оценка не изменяется при упоминании о возможности наблюдения кольца (но не диска) Сатурна с Юпитера. Упоминание иных (заведомо неверных) вариантов понижает оценку на 2 балла за каждый. При итоговой сумме меньше 0 баллов оценка обнуляется.

5. Условие.

Какое светило уменьшает свой блеск сильнее – Солнце при затмении с фазой 0.5 или Луна при теновом затмении с фазой 0.5?

5. Решение. Во время солнечного затмения диск Солнца закрывается диском Луны, а во время лунного затмения на диск полной Луны вступает тень Земли. Фаза затмения в обоих случаях определяется исходя из закрытой доли диаметра светила (Солнца или Луны), проходящего через центр затмевающего объекта (Луны или тени Земли). Изобразим вид Солнца и Луны при затмении с фазой 0.5:



Угловые размеры Луны при солнечном затмении практически совпадают с угловыми размерами Солнца, и при фазе затмения 0.5 открытой остается большая часть солнечного диска. Земная тень имеет существенно большие размеры, и при фазе 0.5 закрывает почти половину диска Луны.

Однако, более существенным является иной фактор: часть диска Солнца, не закрытая Луной, светит так же, как и вне затмения, а оставшаяся при лунном затмении часть Луны погружена в земную полутень и существенно (более чем в 2 раза) ослабляет свой блеск. Сложение обоих факторов приводит нас к ответу: Луна в фазе теневого затмения 0.5 ослабляет свой блеск по сравнению с полнолунием значительней, нежели Солнце при частном затмении с фазой 0.5.

5. Рекомендации для жюри. При решении задачи участники олимпиады должны обратить внимание на два фактора, влияющих на конечный ответ. Первый фактор состоит в разности угловых размеров затмевающих дисков (Луны и тени Земли), что, с учетом определения фазы затмения, дает разную площадь оставшихся частей дисков Солнца и Луны соответственно. Учет этого фактора оценивается в 2 балла. Фактор наличия полутени вокруг тени Земли, еще больший по абсолютной величине, оценивается в 3 балла. За формулировку окончательного ответа выставляется еще 3 балла. Таким образом, решение с правильным ответом с учетом только первого (второго) фактора оценивается в 5 (6) баллов.

6. Условие.

Астрономы обнаружили интересный объект. Его яркость резко изменялась с периодом всего в 1 час, а видимый диаметр составлял 0.001". Считая объект однородным, сферическим и непрозрачным, найдите максимально возможное расстояние до него.

6. Решение. По условию задачи, объект резко меняет свою яркость за короткий временной период. Учтем тот факт, что свет от разных частей объекта проходит до наблюдателя разное расстояние. Разница во времени для лучей, идущих из точек видимого центра и края его диска, составит

$$\Delta T = R/c,$$

где R – радиус объекта, c – скорость света. Если период физических изменений блеска объекта меньше ΔT , эти колебания будут «замыты» указанным эффектом. Раз колебания все же наблюдаются, то радиус объекта не может быть больше, чем

$$R_M = cT,$$

где T – период колебаний. Отсюда получаем максимальное расстояние до объекта

$$L_M = 2R_M / \delta = 2cT / \delta = 14 \text{ кпк.}$$

Здесь δ – угловой диаметр объекта.

6. Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является понимание того, что конечные размеры объекта замыкают его видимые колебания блеска, если период этих колебаний меньше, чем радиус объекта, деленный на скорость света. Это понимание (вне зависимости от дальнейших вычислений) оценивается в 3 балла. Количественное выражение оценивается еще в 2 балла, причем оно может отличаться от приведенного выше – в частности, вместо радиуса может использоваться диаметр объекта с ответом, отличающимся вдвое. В этом случае из данных 2 баллов выставляется 1, но последующая часть решения оценивается в полной мере. Вычисление максимального расстояния (которое также может отличаться по указанным выше причинам) оценивается в 3 балла.