



XXI ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ



ВЕЛИКИЙ НОВГОРОД, 2014 год

XXI Всероссийская олимпиада школьников по астрономии. Заключительный этап, Великий Новгород, 2014 г. Условия и решения задач. Под редакцией А.С. Расторгуева, О.С. Угольникова, А.М. Татарникова, Е.Н. Фадеева. 36 стр.

Оригинал-макет и верстка: О.С. Угольников.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР



9 класс



IX. 1

ТРОПИК И ПОЛЯРНЫЙ КРУГ

О.С. Угольников

? На некоторой планете сферической формы тропик вдвое длиннее полярного круга. Определите максимально возможную высоту одиночной центральной звезды на полярном круге. Угловыми размерами центральной звезды и рефракцией пренебречь.

! Широты тропика и полярного круга по модулю составляют

$$\varphi_1 = \varepsilon; \quad \varphi_2 = 90^\circ - \varepsilon.$$

Здесь ε – угол между плоскостью экватора и плоскостью орбиты планеты. Если длину окружности экватора обозначить через L_0 , то длины окружности тропика и полярного круга будут равны

$$\begin{aligned} L_1 &= L_0 \cos \varphi_1 = L_0 \cos \varepsilon, \\ L_2 &= L_0 \cos \varphi_2 = L_0 \sin \varepsilon. \end{aligned}$$

Из условия задачи $L_1 = 2L_2$, то есть

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} 1/2 = 26.5^\circ.$$

Высота центральной звезды на полярном круге будет максимальной в день солнцестояния (летнего для данного полушария) и составит

$$h = 90^\circ - \varphi_2 + \varepsilon = 2\varepsilon = 53^\circ.$$

IX. 2

ДВА ВОСХОДА

О.С. Угольников

? Два последовательных восхода планеты в некоторой точке экватора Земли разделены промежутком времени $24^{\text{ч}}03^{\text{м}}$. Что это за планета?

! Между восходами планеты на экваторе прошло время, большее звездных и даже солнечных суток. Следовательно, эта планета за день сместилась среди звезд с запада на восток (прямое движение), причем на больший угол, чем Солнце.

Сразу можно сделать вывод, что это внутренняя планета – Меркурий или Венера.

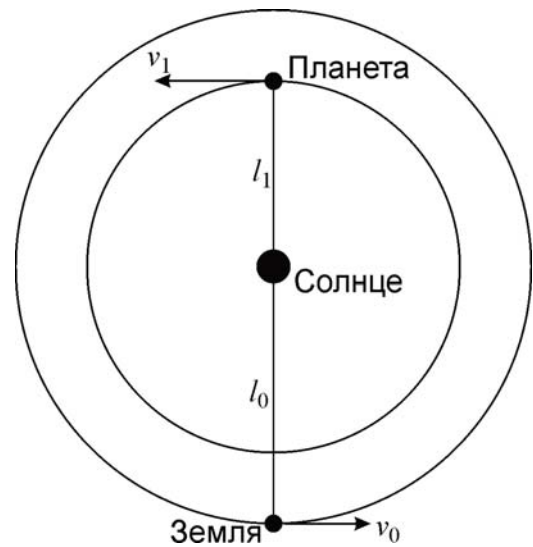
Так как дело происходит на экваторе, изменение склонения фактически не может влиять на время восхода планеты, расположенной далеко от полюсов мира. Уравнение времени также несущественно, так как его изменение за один день намного меньше одной минуты. Два восхода планеты разделены одними звездными сутками и еще 7 минутами – именно на 7 минут или на 1.75° увеличилось прямое восхождение планеты. Ее угловое перемещение среди звезд не менее, чем

$$\gamma \geq \Delta\alpha \cos \varepsilon = 1.6^\circ.$$

Здесь ε – наклон экватора к эклиптике. Покажем, что Венера не может переместиться на такой угол за один день. Ее максимальная угловая скорость достигается в верхнем соединении (см. рисунок) и равна

$$\omega = \frac{v_0 + v_1}{l_0 + l_1} = \frac{v_0(1 + a^{-1/2})}{l_0(a + 1)} = \omega_0 \frac{1 + a^{-1/2}}{1 + a}.$$

Здесь l_0 и l_1 – расстояния Земли и Венеры от Солнца, v_0 и v_1 – их орбитальные скорости. В последнем равенстве ω_0 – угловая скорость орбитального движения Земли (0.986° в сутки), a – радиус орбиты Венеры в астрономических единицах. Максимальная угловая скорость составляет 1.25° в день. Для Меркурия, даже в случае круговой орбиты, она может достичь 1.85° в день. Итак, эта планета – Меркурий.



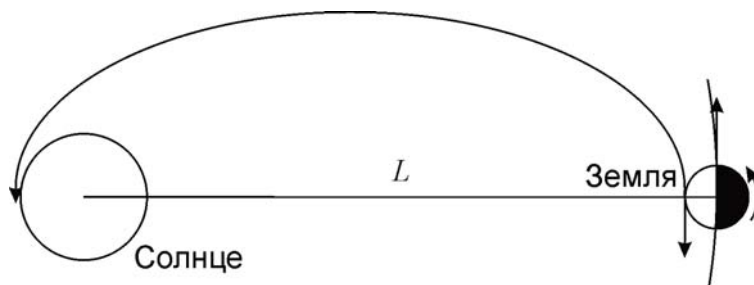
IX. 3 ПОЛЕТ НА СОЛНЦЕ

О.С. Угольников

? Всем известна шутка из фольклора времен СССР: «Товарищи космонавты! Американцы полетели на Луну, а вы первыми полетите на Солнце! И не бойтесь жары – ночью полетите». А в какое время суток на самом деле энергетически выгодней запустить одним импульсом с поверхности Земли космический аппарат, который должен будет подойти на близкое расстояние к Солнцу? Какова будет длительность такого перелета? Соппротивлением атмосферы пренебречь.

! Для того, чтобы отправить с Земли аппарат в окрестности Солнца, ему необходимо погасить гелиоцентрическую скорость, которая изначально будет почти такой же, как у самой Земли. Рассмотрим положение Солнца, Земли и траекторию аппарата.

Для выхода на траекторию во внутренние области Солнечной системы аппарату нужно получить геоцентрическую скорость, направленную против орбитальной скорости Земли. Энергетически выгодней это сделать тогда, когда вектор скорости осевого вращения Земли также направлен назад по отношению к ее орбитальному движению. Как можно увидеть из рисунка, такие условия наступают в экваториальной области Земли днём. Мы не рассматриваем энергетические затраты на преодоление поля тяжести Земли, так как они зависят только от широты, но не от времени суток. После преодоления поля тяжести Земли геоцентрическая скорость аппарата должна составить 29.8 км/с, а при старте – 31.8 км/с. При таких скоростях искривление траектории при вылете с Земли будет небольшим, и даже при его учете получаем, что старт лучше производить днём, перед полуднем. Известная шутка не соответствует энергетической эффективности перелета.



Чтобы определить длительность полета к Солнцу, отметим, что траектория аппарата будет эллипсом, у которого расстояние афелия будет равно радиусу орбиты Земли L , а расстояние перигелия – очень малым. Большая полуось этого эллипса составит $L/2$. По третьему закону Кеплера, орбитальный период будет равен $(1/2)^{3/2}$ лет. Время перелета составит половину этой величины или

$$T = (1/2)^{5/2} \text{ лет} = 64.5 \text{ дней.}$$

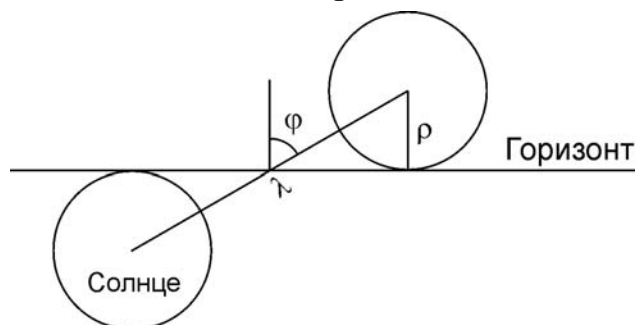
IX. 4 ВСТРЕЧАЯ РАССВЕТ

А.Н. Акинъщиков

? Какова продолжительность восхода Солнца в день весеннего равноденствия для первого наблюдателя на поверхности Земли и второго наблюдателя в самолете, летящем горизонтально со скоростью 250 м/с относительно поверхности на малой высоте в направлении с востока на запад? Считайте, что оба наблюдателя находятся на широте 60 градусов. Рефракцией пренебречь.

! Определим вначале продолжительность восхода Солнца для наблюдателя на поверхности Земли. В течение восхода Солнце должно пройти по небесной сфере угловой путь λ , равный

$$\lambda = \frac{2\rho}{\cos \varphi} = 64'$$



Здесь φ – широта места. Угловая скорость суточного движения Солнца со-

ставляет $15'$ /мин, и на преодоление указанного расстояния ему потребуется время T_0 , равное 4.3 минутам.

Чтобы определить продолжительность восхода Солнца для пассажира самолета, учтем, что точка поверхности Земли, находящаяся на широте 60° , за счет осевого движения движется относительно полуденного меридиана с запада на восток со скоростью

$$v_0 = \frac{2\pi R \cos\varphi}{T} = 231.6 \text{ м/с.}$$

Здесь T – продолжительность солнечных суток (нас интересует движение относительно полуденного меридиана). Если самолет летит со скоростью u в противоположную сторону, то результирующая скорость составит

$$v_1 = v_0 - u = -18.4 \text{ м/с.}$$

Отрицательный знак указывает на обратное направление скорости. Для пассажира самолета Солнце будет восходить на западе, в тот момент, когда на поверхности Земли под ним будет вечер. Продолжительность восхода (и захода) Солнца будет значительно больше и составит

$$T_1 = T_0 \left| \frac{v_0}{v_1} \right| = 53.7 \text{ мин.}$$

Понижение горизонта при наблюдении с самолета не скажется на продолжительности восхода, а рефракцией по условию задачи мы пренебрегаем.

IX / X - 5

ВНЕ ФОКУСА

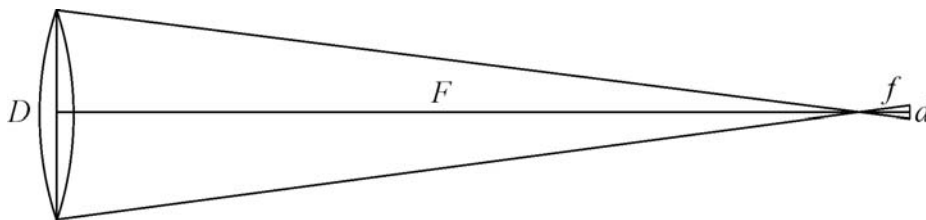
А.М. Татарников

? Перед фотографическими наблюдениями с линзовым астрографом (диаметр объектива 40 см, относительное отверстие $1/4$) была допущена ошибка при фокусировке на 2 мм. Определите, каким будет угловое разрешение при наблюдениях.

10 класс: Оцените, насколько изменится предельная звездная величина на снимках, если при идеальной фокусировке диаметр звездных изображений в фокальной плоскости равен 0.1 мм.

! Изобразим оптическую схему телескопа (справа). Диаметр объектива D равен 40 см, его фокусное расстояние $F = 4D$, то есть 160 см. Предположим, изображение фиксируется на расстоянии f от фокальной плоскости. Тогда размер изображений точечных источников увеличится до

$$d = D \frac{f}{F} = 0.5 \text{ мм.}$$



Это значительно больше размера звезды в фокусе, поэтому можно считать, что полученное значение есть размер звездных изображений вне фокуса. Это будет соответствовать угловому расстоянию на небе

$$\delta = \frac{d}{F} = \frac{Df}{F^2}.$$

Подставляя численные значения, получаем 1'.

10 класс: Чтобы определить изменение проникающей способности телескопа, учтем, что больший диаметр изображений звезд (d вместо d_0) будет означать их меньшую поверхностную яркость. Падение яркости означает такое же увеличение минимального блеска звезды, необходимого для ее обнаружения. Таким образом, предельная звездная величина уменьшится:

$$\Delta m = -2.5 \lg \frac{d^2}{d_0^2} = -5 \lg \frac{d}{d_0} = -3.5.$$

IX. 6 ДАЛЕКАЯ СВЕРХНОВАЯ

О.С. Угольников

? Видимый поперечник у далекой галактики в небе Земли такой же, как у полной Луны, а реальный диаметр – 2.1 кпк. Можно ли будет увидеть в ней невооруженным глазом сверхновую звезду, аналогичную звезде Тихо Браге, которая вспыхнула в нашей Галактике на расстоянии 2.3 кпк и светила в небе Земли как Венера? Межзвездным поглощением пренебречь.

! Определим расстояние до галактики:

$$L = D / \delta = 230 \text{ кпк.}$$

Здесь D – диаметр галактики, а δ – ее угловой диаметр. Эта галактика в 100 раз дальше, чем Сверхновая Тихо Браге, значит, такая же звезда в этой галактике выглядела бы в 10^4 раз или на 10 звездных величин слабее. Венера светит в небе Земли как звезда -4^m , следовательно, блеск сверхновой составил бы около $+6^m$. Этого достаточно для наблюдений невооруженным глазом.

В реальности, звезда Тихо Браге находилась в диске Млечного Пути, и ее свечение было ослаблено межзвездным поглощением, которым мы в этой задаче пренебрегаем. Далекие галактики видны на небе вне проекции диска Млечного Пути, и поглощение там слабее. Поэтому реальный блеск такой сверхновой мог бы достичь 4^m .



ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР



9 класс



IX / X - 1

СПУТНИКИ ЮПИТЕРА

Е.Н. Фадеев

? Вам даны четыре изображения Юпитера с галилеевыми спутниками, полученные с интервалами ровно в двое суток (негатив). Подпишите на каждом рисунке все четыре спутника. Обоснуйте свой выбор.

1



2



3



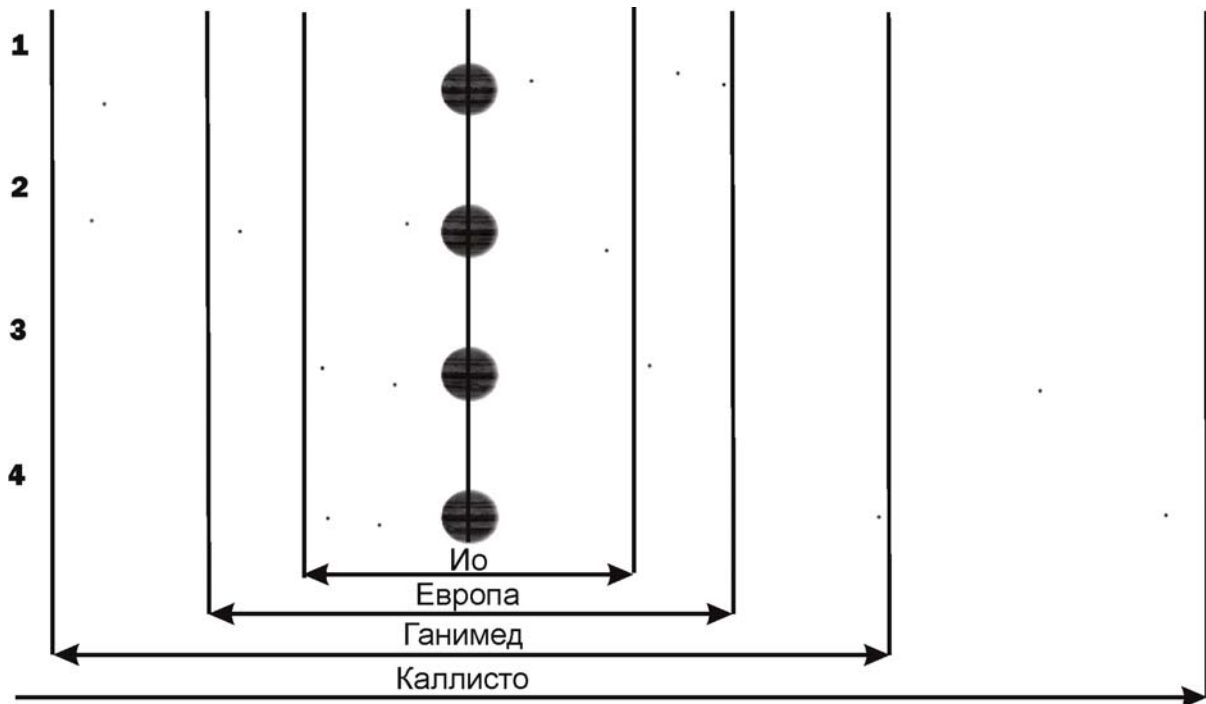
4



! Галилеевы спутники движутся по орбитам, близким к круговым, с малым наклонением к плоскости экватора Юпитера. На каждом из этих четырех рисунков спутники расположены не в порядке увеличения их радиусов орбит, а в зависимости от того, как они проектируются на картинную плоскость. Определим вначале, как далеко от Юпитера можно ожидать увидеть каждый из спутников. Выразив радиусы орбит в диаметрах Юпитера, получим, что радиус орбиты Ио равен 2.95, Европы – 4.7, Ганимеда – 7.5, Каллисто – 13.2. Проведем на рисунках прямые линии, ограничивающие движение этих спутников (на обороте).

В ближайшей к Юпитеру зоне, ограниченной вертикальными линиями, могут находиться все четыре спутника. В следующей зоне уже не может находиться Ио, но могут быть другие три спутника. В еще более удаленной зоне могут оказаться только Ганимед и Каллисто. В самую дальнюю область может попасть только Каллисто.

Из этого делаем вывод, что наиболее удаленный вправо спутник на рисунках 3 и 4 – Каллисто. Тогда вторым спутником справа на четвертом рисунке может быть только Ганимед. Обратим внимание, что на первом рисунке вблизи Юпитера есть только один спутник, который не может быть ни чем иным, как Ио.



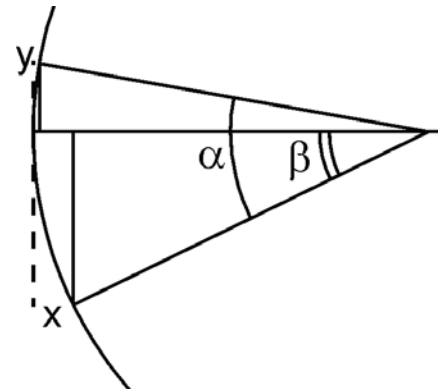
Для дальнейших рассуждений надо привлечь данные о периодах обращения спутников. Заметим, что 4 дня соответствуют 0.55 орбитального периода Ганимеда. Поскольку на рисунке 4 Ганимед находится в элонгации, то на рисунке 2 он также должен быть вблизи элонгации, но по другую сторону от Юпитера. Получаем, что самый левый спутник на рисунке 2 – это Ганимед. Примерно в том же положении есть спутник на рисунке 1. Ганимед не может двое суток оставаться в элонгации. Делаем вывод, что это Каллисто.

Перемещение проекции спутников по картинной плоскости неравномерно: вблизи элонгаций они смещаются мало, поскольку направление скоростей спутников близко к нормали к картинной плоскости, а вблизи Юпитера, наоборот, спутники движутся параллельно картинной плоскости и их смещение будет линейно по времени. Рассуждая так, делаем вывод, что Каллисто на 2-м снимке должна находиться примерно посередине между своими положениями на рисунках 1 и 3, лишь слегка смещаясь вправо относительно этого положения. Точно в таком положении на рисунке 2 находится самый правый спутник. Тем самым определяем, что спутник, находящийся чуть левее Юпитера – Ио, а второй спутник слева – Европа.

Нам известны два положения ближайшего спутника Ио: на первом и на втором рисунках. За двое суток Ио совершает 1.1 оборота. Пока неизвестно, когда в какую сторону движутся спутники на этих рисунках. Ио может находиться на обоих рисунках как за Юпитером, так и перед ним. В обоих случаях на рисунке 3 он должен сместиться еще левее, что соответствует самому левому спутнику на этих рисунках. При этом, спутник не должен за эти двое суток достигнуть наибольшей элонгации, оставаясь с той же стороны от картинной плоскости, что и на предыдущих рисунках.

На последнем рисунке Ио уже после наибольшей элонгации. Второй слева спутник находится примерно на полпути к Юпитеру от точки максимальной элонгации. Это смещение сравнимо со смещением Ио между рисунками 2 и 3. Но, поскольку в районе наибольших элонгаций проекции спутников относительно Юпитера почти не движутся, то Ио – самый левый на изображении спутник, а второй слева – это Европа.

Европа за 2 дня проходит чуть более половины своей орбиты. Значит, на рисунке 3 она должна располагаться с противоположной стороны от Юпитера относительно ее положения на рисунке 4 (или на рисунке 2). Подходящий спутник только один – второй справа. Ганимед, соответственно, второй слева.



Осталось отождествить два правых спутника на первом рисунке. За 4 суток Европа совершает 1.1 оборота. Возьмем положение Европы на рисунке 3 и рассчитаем, где она должна быть на рисунке 1. Для этого построим чертеж. Здесь x и y – положения спутника в два момента времени, r – радиус орбиты спутника, α – дуга орбиты, которую спутник пройдет за это время, β – угол, характеризующий положение Европы на рисунке 3. Получаем формулы:

$$\beta = \arccos\left(1 - \frac{x}{r}\right), \quad \frac{y}{r} = 1 - \cos(\alpha \pm \beta).$$

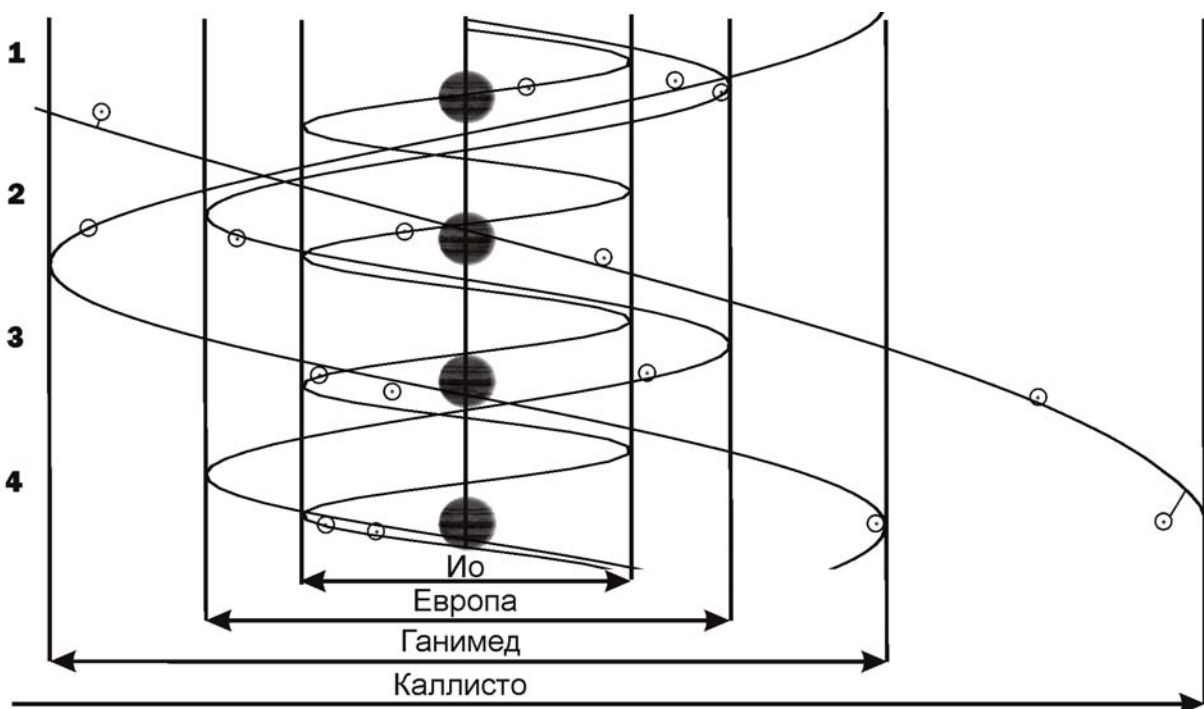
В нашем случае $x/r = 0.35$, $\beta \sim \pm 50^\circ$. Зная орбитальный период Европы, получаем $\alpha \sim \pm 40^\circ$. Разница между этими углами составляет 10° либо 90° . Второй вариант можно сразу отбросить, так как в этом случае Европа на рисунке 1 не была бы видна. А в первом случае Европа на рисунке 1 должна находиться вблизи наибольшей элонгации, что соответствует самому правому спутнику.

Окончательный ответ:

Рис. 1: Каллисто, Ио, Ганимед, Европа. Рис. 2: Ганимед, Европа, Ио, Каллисто.

Рис. 3: Ио, Ганимед, Европа, Каллисто. Рис. 4: Ио, Европа, Ганимед, Каллисто.

Ответ может быть виден также на диаграмме, на которую нанесены синусоиды, соответствующие положениям спутников в разные моменты времени. Отклонения положений спутников (прежде всего, Каллисто) от этих кривых связаны с наклоном орбит спутников к плоскости экватора Юпитера.



IX. 2 ЗВЕЗДНЫЙ ДОЖДЬ

А.Н. Акинъщиков, О.С. Угольников

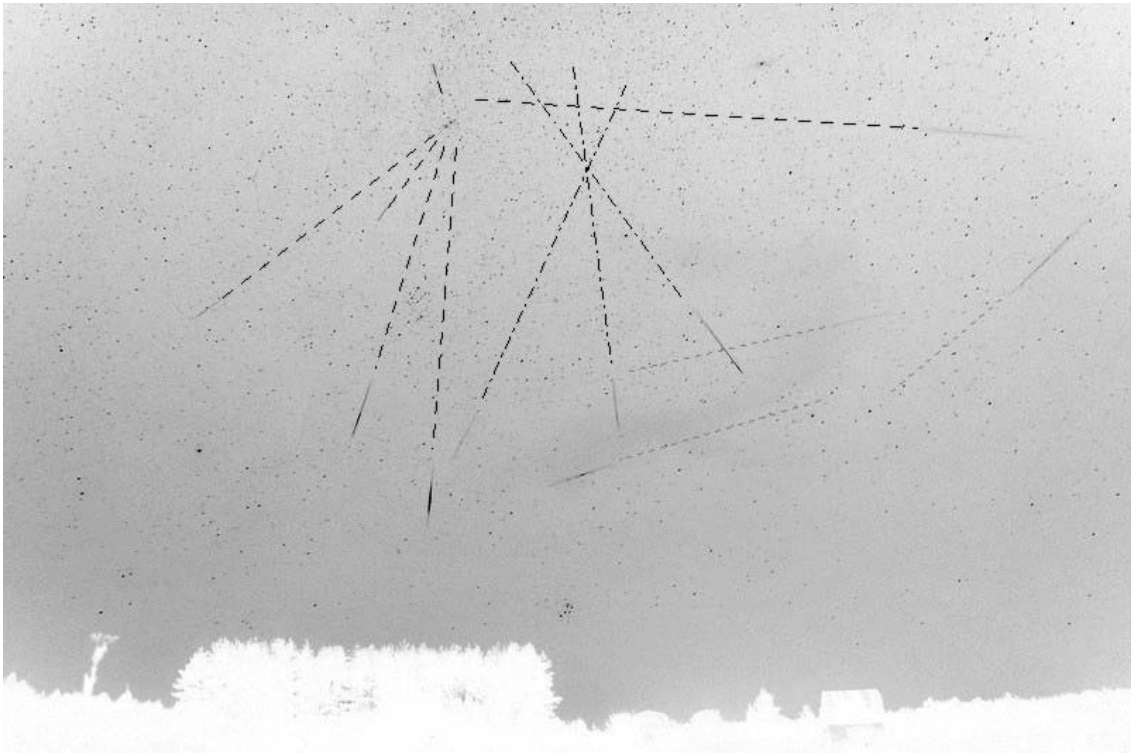
? Вам предложена фотография, полученная в период активности некоторого большого метеорного потока (негатив). Какой это метеорный поток? Отметьте, какие метеоры на фотографии а) достоверно принадлежат потоку; б) возможно, принадлежат потоку; в) не принадлежат этому потоку.



! Метеоры на фотографии выглядят в виде отрезков прямых линий. Если метеоры принадлежат одному потоку, то продолжение этих отрезков должны сходиться в очень маленькой области неба. Продолжим эти отрезки (справа).

Мы видим, что у шести метеоров отрезки (пунктирные линии) действительно сходятся в маленькой области вокруг двойного звездного скопления χ и h Персея. Там находится радиант метеорного потока Персеиды, активного в середине августа. При этом угловое расстояние метеоров от радианта примерно пропорционально видимой длине метеоров, что также подтверждает их связь с потоком.

Еще у трех метеоров (штрих-пунктирные линии) продолжения проходят недалеко от радианта, а видимая длина соответствует поточным метеорам на данном расстоянии от радианта. Это могут быть также метеоры Персеид, но с собственной (пекулярной) скоростью, немного отличной от скорости потока, а могут быть случайно попавшими в эту область неба спорадическими метеорами. Еще три метеора (короткий пунктир) являются однозначно спорадическими либо принадлежащими другим потокам.



IX / X - 3

ЗЕМЛЯ В НЕБЕ ЛУНЫ

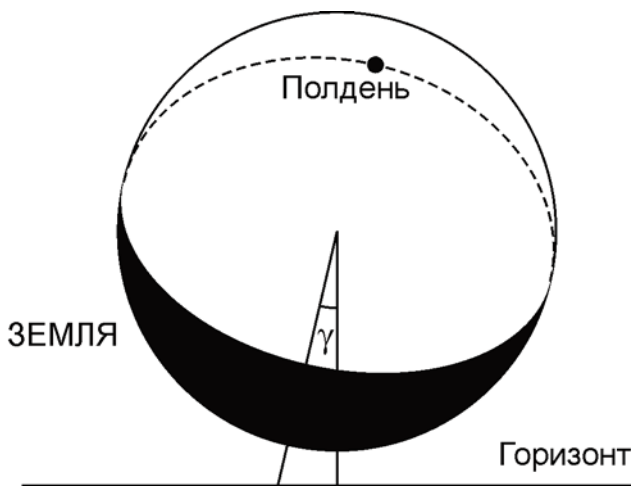
О.С. Угольников, А.Н. Акинъщиков

? Перед Вами фотография Земли над лунным горизонтом, полученная с космического аппарата (негатив). Определите всемирное время, в которое она получена, и фазу Луны, видимую в этот момент на Земле. На прилагаемой карте видимого полушария Луны (на обороте, северный полюс сверху) отметьте точку поверхности Луны, над которой сделана фотография. Считать высоту аппарата над Луной малой, либрациями Луны пренебречь.



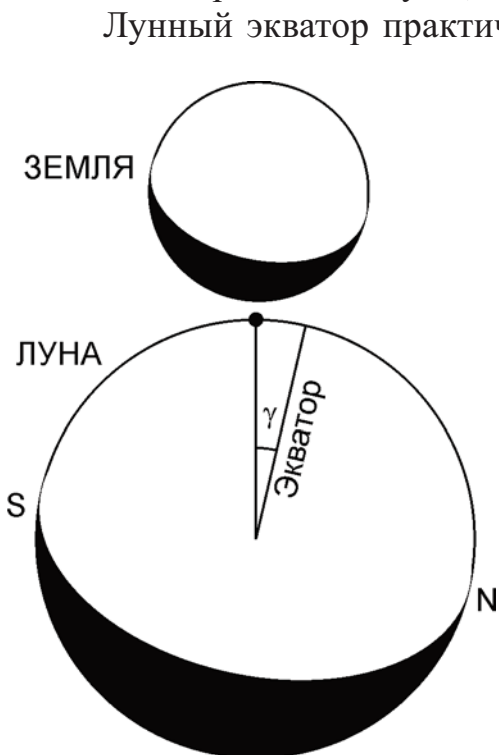
По фотографии мы можем определить фазу Земли (около 0.8), а также угол γ , определяющий положение оси терминатора по отношению к лунному горизонту (см. рисунок ниже), он равен 13° .

К Луне повернуто дневное и вечернее полушарие Земли. По рисунку мы можем приблизительно определить точку на Земле, в которой Солнце расположено в зените. Очевидно, в ней в этот момент полдень. На фотографии видны материки на Земле, и указанная точка попадает на западное экваториальное побережье Африки. Ее



географическая долгота около 0 (точнее, 10° в.д). Поэтому можно сделать вывод, что фотография сделана около 12 часов по всемирному времени (точнее, $11^{\text{ч}}20^{\text{м}}$). Для того, чтобы ответить на другие вопросы, изобразим картину в той же проекции, но мысленно удалившись назад от Луны (ниже слева).

Так как Солнце находится от точки наблюдения намного дальше и Земли, и Луны, фазы обеих тел будут одинаковы (0.8). На рисунок попадает все обратное полушарие Луны, Земля находится позади нее. Фаза Луны при наблюдении с Земли составит 0.2. Это будет растущая Луна, так как она видна с вечернего полушария Земли. Фото сделано над освещенной поверхностью Луны, где Солнце располагается над горизонтом.



Лунный экватор практически не наклонен к плоскости орбиты Луны, и точки пересечения лимба и терминатора – это полюса Луны. Полнос слева – южный, так как с этой же стороны у Земли видно южное полушарие. Точка съемки также показана на рисунке, она располагается в 13° южнее экватора. Долгота ее близка к $+90^\circ$ (так как лунными либрациями мы пренебрегаем). С Земли эта точка будет видна на правом краю растущего серпа Луны:

