

10 класс**Первый день**

- 10.1. Даны натуральные числа M и N , большие десяти, состоящие из одинакового количества цифр и такие, что $M = 3N$. Чтобы получить число M , надо в числе N к одной из цифр прибавить 2, а к каждой из остальных цифр прибавить по нечётной цифре. Какой цифрой могло оканчиваться число N ? Найдите все возможные ответы.
- 10.2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Окружность Ω , описанная около треугольника ABC , пересекает прямую A_1C_1 в точках A' и C' . Касательные к Ω , проведённые в точках A' и C' , пересекаются в точке B' . Докажите, что прямая BB' проходит через центр окружности Ω .
- 10.3. Даны три квадратных трёхчлена $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ с положительными старшими коэффициентами, имеющие по два различных корня. Оказалось, что при подстановке корней трёхчлена $R(x)$ в многочлен $P(x) + Q(x)$ получаются равные значения. Аналогично, при подстановке корней трёхчлена $P(x)$ в многочлен $Q(x) + R(x)$ получаются равные значения, а также при подстановке корней трёхчлена $Q(x)$ в многочлен $P(x) + R(x)$ получаются равные значения. Докажите, что три числа: сумма корней трёхчлена $P(x)$, сумма корней трёхчлена $Q(x)$ и сумма корней трёхчлена $R(x)$ равны между собой.
- 10.4. Можно ли множество всех натуральных чисел разбить на непересекающиеся конечные подмножества A_1, A_2, A_3, \dots так, чтобы при любом натуральном k сумма всех чисел, входящих в подмножество A_k , равнялась $k + 2013$?

10 класс**Первый день**

- 10.1. Даны натуральные числа M и N , большие десяти, состоящие из одинакового количества цифр и такие, что $M = 3N$. Чтобы получить число M , надо в числе N к одной из цифр прибавить 2, а к каждой из остальных цифр прибавить по нечётной цифре. Какой цифрой могло оканчиваться число N ? Найдите все возможные ответы.
- 10.2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Окружность Ω , описанная около треугольника ABC , пересекает прямую A_1C_1 в точках A' и C' . Касательные к Ω , проведённые в точках A' и C' , пересекаются в точке B' . Докажите, что прямая BB' проходит через центр окружности Ω .
- 10.3. Даны три квадратных трёхчлена $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ с положительными старшими коэффициентами, имеющие по два различных корня. Оказалось, что при подстановке корней трёхчлена $R(x)$ в многочлен $P(x) + Q(x)$ получаются равные значения. Аналогично, при подстановке корней трёхчлена $P(x)$ в многочлен $Q(x) + R(x)$ получаются равные значения, а также при подстановке корней трёхчлена $Q(x)$ в многочлен $P(x) + R(x)$ получаются равные значения. Докажите, что три числа: сумма корней трёхчлена $P(x)$, сумма корней трёхчлена $Q(x)$ и сумма корней трёхчлена $R(x)$ равны между собой.
- 10.4. Можно ли множество всех натуральных чисел разбить на непересекающиеся конечные подмножества A_1, A_2, A_3, \dots так, чтобы при любом натуральном k сумма всех чисел, входящих в подмножество A_k , равнялась $k + 2013$?