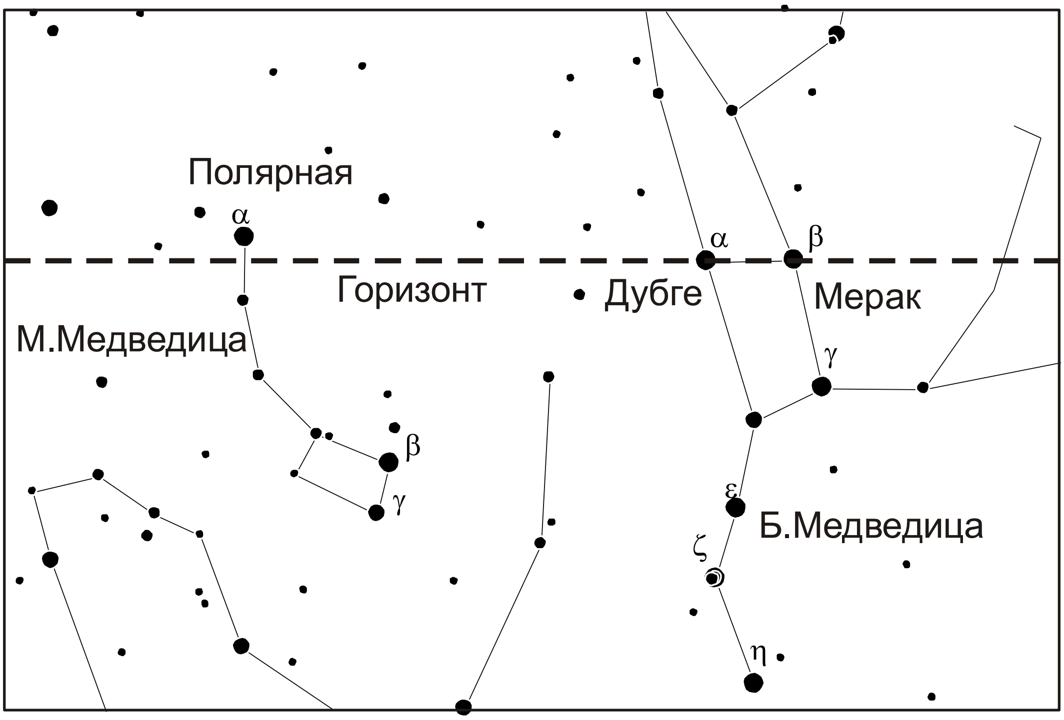
<u>Решения заданий Регионального этапа и система оценивания каждого задания.</u>

<u>9 класс</u>

1. Условие. В некоторой точке Земли звезды Дубге и Мерак (α и β Большой Медведицы) одновременно появились над горизонтом. Чему (примерно) равна широта точки наблюдения?

1. Решение. Звезды Дубге и Мерак – крайние западные звезды ковша Большой Медведицы. Эти звезды – основа самого известного и легкого способа поиска Полярной звезды, так как линия, проведенная от Мерака к Дубге и продолженная далее, проходит очень близко от Полярной звезды.



По условию задачи, звезды Дубге и Мерак одновременно появляются над горизонтом. Следовательно, соединяющая их линия совпадает с горизонтом, и Полярная звезда также наблюдается на горизонте. Это может иметь место только вблизи экватора, на широте 0°.

1. Рекомендации для жюри. Решение задачи разбивается на три этапа. На первом этапе участники олимпиады должны указать, что Полярная звезда находится вблизи линии, соединяющей Дубге и Мерак. Этот этап оценивается в 2 балла. Далее необходимо сделать вывод, что Полярная звезда должна находиться вблизи горизонта, что оценивается в 3 балла.

Окончательный вывод о широте места наблюдения оценивается еще в 3 балла. Решение может быть дополнено рисунком, но он не является обязательным.

2. Условие. Космический аппарат стартует с поверхности Земли со скоростью 0.00001 (или 10^{-5}) парсек в год. Сколько ему потребуется времени, чтобы без последующей работы двигателей достичь окрестностей звезды α Центавра? Расстояние до α Центавра составляет 4.4 световых года.

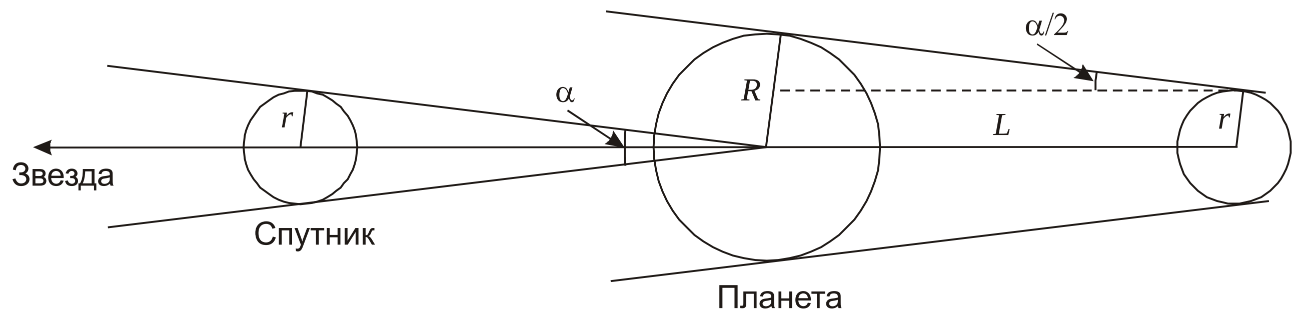
2. Решение. Один парсек – это расстояние, с которого радиус орбиты Земли виден под углом 1″ (1/206265 радиан). Это расстояние равно 206265 а.е. Скорость 0.00001 парсек в год соответствует примерно 2 а.е. или 300 млн км в год. Один год содержит около $3 \cdot 10^7$ секунд, поэтому стартовая скорость корабля составляет 10 км/с. Это меньше второй (и, соответственно, третьей) космической скорости для поверхности Земли. Поэтому корабль не сможет улететь не только из Солнечной системы, но даже из окрестностей Земли. Окрестностей звезды α Центавра он не достигнет никогда.

2. Рекомендации для жюри. При решении задания участники олимпиады могут пойти по ошибочному пути, приняв скорость аппарата постоянной во времени. В этом случае аппарат мог бы достигнуть окрестностей звезды α Центавра (расстояние 4.3 световых года или 1.35 парсек) за 135 тысяч лет. Подобный вариант решения при условии правильно выполненных расчетов оценивается в 3 балла.

В случае правильного хода решения перевод величины скорости в км/с оценивается в 4 балла, вывод о том, что эта скорость недостаточна, для того, чтобы покинуть Солнечную систему – в 3 балла, формулировка ответа – в 1 балл. Указание того, что аппарат не сможет даже улететь от Земли, не является обязательным.

3. Условие. У некоторой планеты, обращающейся вокруг далекой звезды по круговой орбите, есть спутник, его орбита также круговая. Во время затмений звезды спутником при наблюдении с планеты видимые размеры звезды и спутника совпадают (как у Луны и Солнца на Земле), а когда спутник входит в тень планеты, его угловые размеры совпадают с угловыми размерами тени. Найдите соотношение геометрических размеров планеты и спутника, считая их существенно меньшими их взаимного расстояния, а само расстояние – существенно меньшим расстояния до звезды.

3. Решение. Изобразим положение планеты и спутника во время затмений центральной звезды и спутника, наблюдаемых с планеты:



Тень спутника представляет собой конус с углом раствора α, равным угловому диаметру звезды и спутника при наблюдении из центра планеты (размеры планеты считаем существенно меньшими расстояния до спутника). Обозначив радиус спутника через r, а его расстояние от планеты – через L, получаем связывающее их выражение:

$$r = L\,\alpha / 2.$$

Расстояние до звезды существенно больше радиуса орбиты спутника, тень самой планеты представляет собой конус с таким же углом раствора. Из условия равенства размеров тени планеты и спутника получаем

$$R - r = L\,\alpha / 2.$$

Отсюда $R = 2r$, планета вдвое больше своего спутника по радиусу.

3. Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является правильное построение рисунка, показывающего конфигурации планеты и спутника во время затмений обоих типов. Правильное построение (или правильное представление этой конфигурации, выраженное в тексте), оценивается в 4 балла. Вычисление соотношений размеров планеты и спутника оценивается еще в 4 балла. Оно может быть сделано как алгебраически (на основе выражений для видимого диаметра тени планеты), так и чисто геометрически, оба подхода могут считаться правильными.

4. Условие. В некотором пункте Земли в ночь на 1 января звездное время совпало с московским летним временем (действовавшим в 2012 году). Какова географическая долгота этого пункта? Уравнением времени пренебречь.

4. Решение. За 10 дней до наступления Нового года, 21-22 декабря, происходит зимнее солнцестояние. Прямое восхождение Солнца в это время составляет 18 часов, а звездное время в солнечную полночь – 6 часов. Если пренебречь уравнением времени, то каждый день прямое восхождение Солнца увеличивается на 4 минуты. В новогоднюю ночь оно будет равно 18 часов 40 минут. Звездное время в солнечную полночь S_0 составит 6 часов 40 минут. Понятия истинного и среднего солнечного времени мы не вводим, так как пренебрегаем уравнением времени, и данные временные шкалы совпадают. Обозначим местное солнечное время в указанном в условии пункте через T. Тогда звездное время будет равно

$$S = S_0 + T.$$

Время T связано со Всемирным временем UT соотношением

$$T = UT + \lambda,$$

где λ – географическая долгота пункта. Московское летнее время (в часах) равно

$$T_{\text{М}} = UT + 4.$$

По условию задачи, величины S и $T_{\text{М}}$ совпадают. Отсюда

$$S_0 + T = T - \lambda + 4,$$
$$\lambda = 4 - S_0.$$

Долгота места равна –2ч40м или 40° западной долготы.

4. Рекомендации для жюри. При решении задачи допускается перестановка действий и изменение используемой терминологии. К примеру, можно вычислять величины звездного и местного времени на меридиане Гринвича, и только в конце решения перейти к нужному значению долготы. При проверке решения нужно отметить в нем базовые факты, которые могут отмечаться как отдельно, так и по ходу выкладок в решении. Первый из них – вычисление прямого восхождения Солнца и/или звездного времени в новогоднюю полночь. Этот вывод оценивается в 2 балла. Связь звездного времени и солнечного времени оценивается еще в 1 балл. Следующие два базовых элемента – связь местного солнечного и московского времени со Всемирным временем. Эти элементы оцениваются по 1 баллу. Возможен прямой вывод связи солнечного и московского времени, который оценивается теми же 2 баллами. Сочетание всех фактов и вычисление долготы оценивается еще в 3 балла.

5. Условие. 6 мая 2012 года средства массовой информации сообщили о «суперлунии» – полнолунии, совпавшем с прохождением Луны через перигей орбиты. Сообщалось, что наблюдаемые размеры и яркость Луны в этот день значительно больше обычных значений. Найдите, насколько в реальности отличался в это время видимый размер Луны и освещенность, создаваемая ей на поверхности Земли, от среднего полнолуния и от полнолуния в апогее.

5. Решение. Эксцентриситет лунной орбиты e составляет 0.055. Эта величина несколько меняется со временем, что не оказывает принципиального влияния на ответ задачи. Расстояние от Земли до Луны в перигее орбиты равно

$$r_P = a\,(1 - e),$$

где a – большая полуось орбиты Луны, она же – среднее расстояние от Луны до Земли. Видимый диаметр Луны d обратно пропорционален расстоянию, и в момент «суперлуния» он будет больше среднего значения

$$\frac{d_P}{d_0} = \frac{a}{a(1-e)} \approx 1 + e.$$

Полная Луна в «суперлунии» будет иметь видимый поперечник, на 5.5% больший, чем у «средней» полной Луны. Если же сравнивать «суперлуние» с полнолунием в апогее, на расстоянии a (1+e), то соотношение диаметров будет равно

$$\frac{d_P}{d_A} = \frac{a\,(1+e)}{a\,(1-e)} \approx 1 + 2e$$

или 1.11, то есть разница составит 11%.

Освещенность от Луны обратно пропорциональна квадрату расстояния до Луны или, что то же самое, пропорциональна квадрату видимого диаметра. Сравнивая «суперлуние» со средним полнолунием, получаем

$$\frac{E_P}{E_0} = \left(\frac{d_P}{d_0}\right)^2 = \frac{a^2}{a^2\,(1-e)^2} \approx 1 + 2e,$$

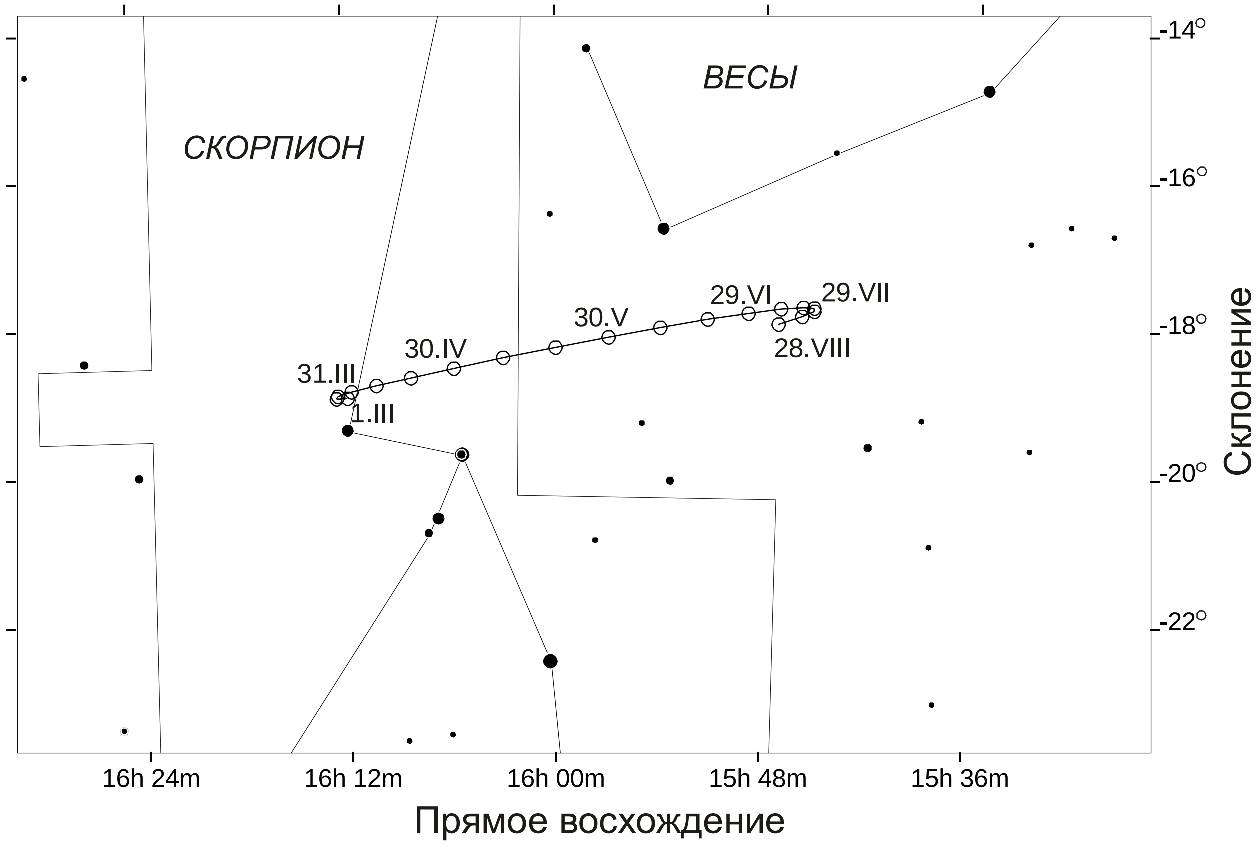
а с полнолунием в апогее:

$$\frac{E_P}{E_A} = \left(\frac{d_P}{d_A}\right)^2 = \frac{a^2(1+e)^2}{a^2(1-e)^2} \approx 1 + 4e.$$

Разница составляет 11% и 22% соответственно.

5. Рекомендации для жюри. Основой решения задачи является представление о том, как меняется расстояние до Луны вследствие эллиптичности ее орбиты. Правильное выражение для расстояния до Луны в перигее (апогее) орбиты оценивается в 2 балла. Корректное вычисление изменения видимого диаметра Луны оценивается в 4 балла (по 2 балла за сравнение со средним полнолунием и полнолунием в апогее). Еще 2 балла выставляется за правильное вычисление изменения освещенности (по 1 баллу для каждого случая). Записывать приближенные формулы с учетом малости величины *e* не обязательно, вычисления могут быть сделаны на основе точных формул.

6. Условие. На рисунке показан трек планеты Солнечной системы (положение среди звезд в разные моменты времени). Положения, отмеченные кружками, отстоят друг от друга на 10 дней, даты подписаны через 30 дней. Что это за планета?



6. Решение. Трек показывает видимое перемещение планеты в течение полугода (с марта по август). За это время планета вначале движется в прямом направлении, затем разворачивается и движется попятно, а затем вновь прямо. В середине дуги попятного движения, в мае, планета оказывается на границе созвездий Весов и Скорпиона, противоположно Солнцу (в чем можно убедиться также по координатам, указанным на карте). Следовательно, это внешняя планета, и в середине дуги попятного движения она вступила в противостояние с Солнцем.

Используя шкалу склонений, приведенных на карте, можно определить ее масштаб, а также видимую (угловую) скорость перемещения планеты вблизи противостояния во второй половине мая. Угловое расстояние между положениями планеты 20 и 30 мая составляет 0.75°, то есть угловая скорость равна 0.075° в день.

Пусть радиус орбиты планеты равен r, а радиус орбиты Земли – r_0. В момент противостояния планета располагается на расстоянии ($r - r_0$) от Земли. Скорости Земли r_0 и планеты v сонаправлены (наклон и эллиптичность орбиты планет не вносит существенного отклонения), и видимая угловая скорость планеты равна

$$\omega = \frac{v_0 - v}{r - r_0}.$$

Из III закона Кеплера или из выражения для первой космической скорости можно получить соотношение скоростей планеты и Земли:

$$v = v_0\sqrt{\frac{r_0}{r}}.$$

Подставляя вторую формулу в первую, получаем:

$$\omega = \frac{v_0}{r}\cdot\frac{1-(r_0/r)^{1/2}}{1-(r_0/r)} = \frac{v_0}{r}\cdot\frac{1}{1+(r_0/r)^{1/2}} = \frac{v_0}{r+(r_0 r)^{1/2}}.$$

Обозначим отношение (r/r_0) – радиус орбиты в астрономических единицах – через a. Тогда последнее соотношение примет вид:

$$\omega = \frac{v_0}{r_0}\cdot\frac{1}{a+\sqrt{a}} = \omega_0\cdot\frac{1}{a+\sqrt{a}}.$$

Здесь ω_0 – угловая скорость орбитального вращения Земли, равная 0.986° в сутки. Мы получаем квадратное уравнение

$$a\omega + \sqrt{a}\omega - \omega_0 = 0.$$

Это уравнение имеет один действительный корень:

$$a = \left(\frac{\sqrt{1 + 4\omega_0/\omega} - 1}{2} \right)^2.$$

Подставляя измеренное по графику значение ω, получаем радиус орбиты планеты: 10 а.е. Это планета Сатурн.

6. Рекомендации для жюри. Приведенное решение является одним из способов точно определить радиус орбиты планеты, из чего можно выяснить, какая именно это планета. Существуют другие как точные, так и приближенные методы, оценивать которые следует, исходя из их адекватности.

В частности, для дальних внешних планет, к которым относится Сатурн, можно определить длину дуги попятного движения (6.8°) и приравнять ее к удвоенному значению наибольшей элонгации Земли при наблюдении с планеты. Этот метод по сути пренебрегает орбитальным движением планеты и дает завышенную оценку ее расстояния от Солнца – 16 а.е. Вывод, что мы наблюдаем планету Уран, в этом случае оценивается 2 баллами, а указание, что оценка завышена, и мы наблюдаем Сатурн – 6 баллами.

При использовании метода, описанного выше, измерение угловой скорости по треку оценивается в 2 балла, составление уравнения для этой величины – в 3 балла, его решение – в 2 балла и указание названия планеты – в 1 балл.

Если правильный ответ (Сатурн) дан без каких-либо корректных обоснований, участнику олимпиады выставляется 3 балла.