

11 класс

Второй день

- 11.5. Из целых чисел от 0 до 1000 выбрали 101 число. Докажите, что среди модулей их попарных разностей есть десять различных чисел, не превосходящих 100.
- 11.6. Положительные числа a , b , c и d удовлетворяют условию $2(a+b+c+d) \geq abcd$. Докажите, что $a^2+b^2+c^2+d^2 \geq abcd$.
- 11.7. Глава Монетного двора хочет выпустить монеты 12 номиналов (каждый — в натуральное число рублей) так, чтобы любую сумму от 1 до 6543 рублей можно было заплатить без сдачи, используя не более 8 монет. Сможет ли он это сделать? (При уплате суммы можно использовать несколько монет одного номинала.)
- 11.8. В треугольник ABC вписана окружность ω с центром в точке I . Около треугольника AIB описана окружность Γ . Окружности ω и Γ пересекаются в точках X и Y . Общие касательные к окружностям ω и Γ пересекаются в точке Z . Докажите, что окружности, описанные около треугольников ABC и XYZ , касаются.