

## 11 класс

### Первый день

- 11.1. Даны многочлены  $P(x)$  и  $Q(x)$  десятой степени, старшие коэффициенты которых равны 1. Известно, что уравнение  $P(x) = Q(x)$  не имеет действительных корней. Докажите, что уравнение  $P(x + 1) = Q(x - 1)$  имеет хотя бы один действительный корень.
- 11.2. Вписанная и невписанная сферы треугольной пирамиды  $ABCD$  касаются её грани  $BCD$  в различных точках  $X$  и  $Y$ . Докажите, что треугольник  $AXY$  тупоугольный. (Невписанная сфера пирамиды касается одной её грани, а также плоскостей остальных граней вне этих граней.)
- 11.3. Найдите все натуральные  $k$  такие, что произведение первых  $k$  нечётных простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).
- 11.4. На каждой из 2013 карточек написано по числу, все эти 2013 чисел различны. Карточки перевернуты числами вниз. За один ход разрешается указать на десять карточек, и в ответ сообщат одно из чисел, написанных на них (неизвестно, какое). Для какого наибольшего  $t$  гарантированно удастся найти  $t$  карточек, про которые известно, какое число написано на каждой из них?