

## 11 класс

**1. Условие.** Самолет МиГ-29М может развивать скорость до 2500 км/ч. Во сколько раз это больше (или меньше) скорости движения поверхности на экваторе радиопульсара? орбитальной скорости аппарата Dawn, вращающегося на низкой круговой орбите вокруг астероида Веста (масса  $2.75 \cdot 10^{20}$  кг, радиус 265 км)?

**1. Решение.** Радиопульсар – это нейтронная звезда. Его радиус  $r_p$  составляет примерно 10 км. Периоды радиопульсаров  $t_p$  бывают от 0.001 до 10 секунд. Скорость поверхности на экваторе радиопульсара составит

$$v_p = \frac{2\pi \cdot r_p}{t_p}.$$

Минимальное значение (при периоде в 10 секунд) будет примерно 6 км/с или 22000 км/ч. Это почти в 10 раз больше скорости самолета. Максимальная скорость на экваторе радиопульсара будет превышать скорость самолета в 100000 раз. Круговая скорость на низкой орбите над Вестой, имеющей массу  $m_v$  и радиус  $r_v$ , равна

$$v_v = \sqrt{\frac{Gm_v}{r_v}}.$$

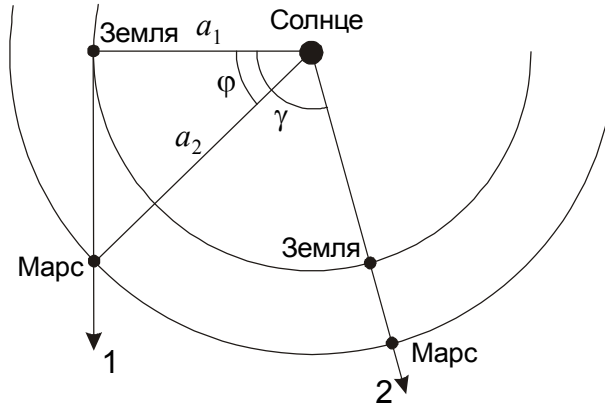
Численное значение составляет около 260 м/с или 1000 км/ч. Скорость самолета в 2.5 раза больше.

**1. Рекомендации для жюри.** Для сравнения скорости самолета со скоростью на экваторе радиопульсара необходимо представление о природе радиопульсаров. Участники олимпиады не обязаны брать максимальное или минимальное значение периода, достаточно любого значения, попадающего в нужный интервал. Сравнение скоростей самолета и поверхности радиопульсара оценивается в 4 балла. Еще 4 балла выставляются за правильное сравнение скоростей самолета и аппарата Dawn.

**2. Условие.** Марс, находясь в западной квадратуре, наблюдается в созвездии Стрельца. В каком созвездии он будет находиться во время последующего противостояния? Считать орбиту Марса круговой и лежащей в плоскости эклиптики, орбита Земли также круговая.

**2. Решение.** Определим сначала, интервал времени, по истечении которого Марс окажется в противостоянии. Угол Земля-Солнце-Марс в квадратуре равен:

$$\varphi = \arccos a_1/a_2 = 49^\circ.$$



Здесь  $a_1$  и  $a_2$  – радиусы орбит Земли и Марса. Во время западной квадратуры Земля «догоняет» Марс в своем движении по орбите. Время, оставшееся до противостояния, составляет

$$T = S \varphi / 360^\circ$$

или 106 дней (здесь  $S$  – синодический период Марса). За это время Земля сместится по орбите на угол

$$\gamma = 360^\circ T / T_0 = S \varphi / T_0 = 105^\circ.$$

Здесь  $T_0$  – орбитальный период Земли. Марс в этот момент оказался в противостоянии с Солнцем, на одной линии с Солнцем и Землей. Как видно из рисунка, направление от Земли на Марс в противостоянии (цифра 2) образует с аналогичным направлением в западной квадратуре (цифра 1) угол  $\gamma - 90^\circ = 15^\circ$ , причем в противостоянии Марс располагается восточней, чем в квадратуре. Созвездие Стрельца, как граничащее с ним на востоке созвездие Козерога, занимают дугу эклиптики порядка  $30^\circ$ . Следовательно, в противостоянии Марс либо останется в созвездии Стрельца, либо перейдет в созвездие Козерога.

**2. Рекомендации для жюри.** Для решения задания участникам олимпиады необходимо вычислить интервал времени между моментами западной квадратуры и последующего противостояния Марса. Это можно делать разными способами, с использованием величин синодического или сидерического периодов Марса. В качестве результата участники могут записать как численное значение, так и математическое выражение, которое используется в

дальнейших выкладках. Вне зависимости от метода, правильное выполнение этой части задания оценивается в 3 балла. Еще 2 балла выставляются за вычисление угла между направлением на Землю и Марс в противостоянии и на Землю (или на Марс) в квадратуре. 1 балл выставляется за вычисление угла между направлениями с Земли на Марс в квадратуре и противостоянии. Последние 2 балла выставляются за указание каждого из возможных созвездий, в котором наступит противостояние Марса. Если указывается только одно из правильных созвездий, из данных 2 баллов ставится 1.

**3. Условие.** Будущие жители Земли решили заменить Луну таким же по диаметру вогнутым сферическим зеркалом с фокусным расстоянием, равным радиусу орбиты Луны. Какой будет звездная величина такой «Луны» при наблюдении с района Земли, на который сфокусировано изображение Солнца? Марса (в среднем противостоянии)? Считать, что ось зеркала образует малый угол с направлениями на источник света и Землю, аберрациями оптики пренебречь.

**3. Решение.** Пусть на зеркало радиусом  $R$  падает поток  $F$  от некоторого источника. Так как направление на источник образует малый угол с осью зеркала, количество энергии, отражаемое зеркалом в единицу времени, составит

$$E = \pi R^2 F.$$

Эта энергия направляется в сторону Земли, и в фокальной плоскости будет попадать в пятно радиусом

$$r = D \rho,$$

где  $D$  – расстояние между Землей и Луной, а  $\rho$  – видимый радиус источника света. Поток световой энергии в данном пятне на Земле составит

$$f = E / \pi r^2 = F \rho_L^2 / \rho^2.$$

Здесь  $\rho_L = R/D$  – видимый радиус Луны. Видимая звездная величина зеркала  $m$  будет связана со звездной величиной источника  $m_0$  как

$$m = m_0 - 2.5 \lg (f/F) = m_0 + 5 \lg (\rho / \rho_L).$$

Видимый диаметр Солнца на небе Земли практически совпадает с видимым диаметром Луны. Поэтому зеркало, направленное на Солнце, будет светить так же, как и само Солнце, его звездная величина составит  $-26.8^m$ . А вот отражение света Марса будет значительно ярче самой планеты. В среднем противостоянии блеск Марса составляет  $-2.0^m$ , расстояние до него – 0.52 а.е., видимый радиус Марса равен  $9''$ , в 100 раз меньше видимого радиуса Луны. Зеркало будет иметь звездную величину  $-12^m$ , то есть будет светить примерно как полная Луна, на место которой оно было установлено.

**3. Рекомендации для жюри.** Основой решения задания является соотношение звездных величин объекта и его отражения в гипотетическом зеркале. Его можно получить методом, описанным выше, можно также использовать известный факт о неизменности поверхностной яркости объекта при отражении его излучения в зеркале (доказательство этого факта от участников олимпиады не требуется). Указанное соотношение может быть записано как через видимые радиусы Луны и объекта, так и через их пространственные радиусы и расстояния до них. Вне зависимости от метода, данный этап решения оценивается в 4 балла. Еще по 2 балла выставляется за вычисление звездных величин отражения Солнца и Марса.

**4. Условие.** Астрономы открыли новый объект – расширяющуюся с угловой скоростью  $0.2''$ /сутки туманность вокруг звезды. Объясните это явление и найдите расстояние до объекта.

**4. Решение.** Видимая скорость расширения туманности очень велика. Даже если предположить, что центральная звезда туманности очень близка к нам (допустим, расстояние до нее 10 пк), то за сутки туманность расширяется на 2 а.е. или 300 млн км, значение скорости получается большей 3000 км/с. Такие огромные скорости разлета могут наблюдаться разве что у оболочек сверхновых звезд, но за всю обозримую историю человечества их на таких близких расстояниях не наблюдалось. К тому же, такие близкие сверхновые могли бы поставить под угрозу дальнейшее существование самого человечества. Если предположить, что звезда располагается дальше, то скорость расширения окажется еще больше.

Следовательно, расширение туманности – это не движение самого вещества, а движение света, проходящего через вещество. Скорость света составляет 300000 км/с или 170 а.е. в день. Если расстояние в 170 а.е. видно под углом  $0.2''$ , то расстояние до объекта равно  $170/0.2$  или 850 пк.

**4. Рекомендации для жюри.** Для решения задания участники олимпиады должны сначала обосновать, что скорость расширения туманности не может быть связана с движением

вещества, и данная туманность является отражательной. Данный вывод оценивается в 4 балла. Последующее вычисление расстояния до туманности оценивается еще в 4 балла.

**5. Условие.** Будущие капитаны космических кораблей Коля и Вася планировали свои путешествия. Коля сказал, что он быстренько слетает к  $\alpha$  Центавра (G2V+K1V), от него к Альтаиру ( $\alpha$  Орла, A7V) и вернется на Землю. На что Вася ответил, что он за это время успеет побывать у Бетельгейзе ( $\alpha$  Ориона, M2Iab) и Ригеля ( $\beta$  Ориона, B8Ia) и вернуться обратно. Кто из них первым завершит свой полет, если космические корабли движутся с одинаковой скоростью?

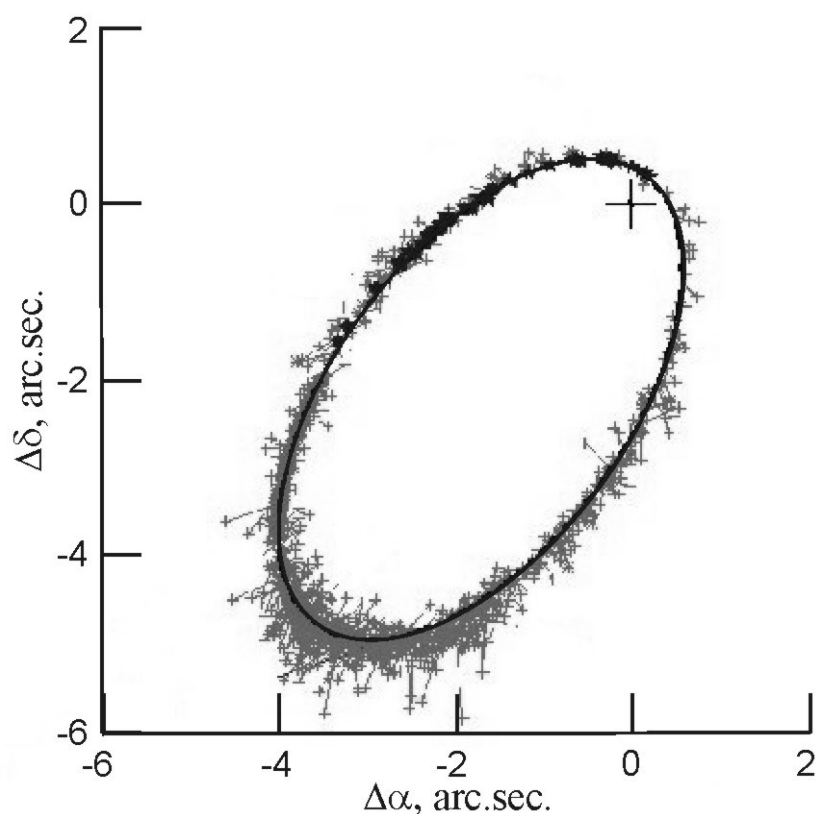
**5. Решение.** Все перечисленные звезды – одни из ярчайших, видимых с Земли. Их видимый блеск составляет  $0^m - 1^m$ , то есть отличается в пределах одной звездной величины. При этом  $\alpha$  Центавра и Альтаир – это звезды главной последовательности (цифра V в спектральной классификации), а Бетельгейзе и Ригель – соответственно красный и бело-голубой сверхгиганты (цифра I в спектральной классификации). Светимость сверхгигантов превышает светимость звезд главной последовательности на несколько порядков ( $10^4 - 10^5$  светимостей Солнца).

Из закона Погсона следует, что если звезды имеют одинаковую звездную величину, то для этого расстояние до сверхгиганта должно быть больше в 100-300 раз. Бетельгейзе и Ригель должны быть в 100 раз дальше, чем  $\alpha$  Центавра, яркий компонент которой похож на Солнце. Альтаир также является звездой главной последовательности, как и  $\alpha$  Центавра, хоть и более яркой (спектральный класс A7). Его светимость отличается примерно на порядок, так что расстояние до Альтаира не должно превышать расстояние до  $\alpha$  Центавра более чем в 2-3 раза.

Несмотря на то что  $\alpha$  Центавра и Альтаир находятся в разных частях неба, перелет Земля –  $\alpha$  Центавра – Альтаир – Земля будет существенно короче, чем перелет Земля – Бетельгейзе – Ригель – Земля. Первым на Землю вернется Коля.

**5. Рекомендации для жюри.** Для решения задачи участники олимпиады должны оценить соотношение светимостей сверхгигантов (Бетельгейзе и Ригеля) и близких звезд главной последовательности ( $\alpha$  Центавра и Альтаир). Числа в решениях школьников могут несколько отличаться (в пределах одного порядка величины) от приведенных выше. Данная часть решения оценивается в 4 балла. Оценка соотношения расстояний до звезд оценивается еще в 2 балла. Окончательный вывод в решении также оценивается в 2 балла.

**6. Условие.** Двойная звезда Поррима ( $\gamma$  Девы) состоит из двух одинаковых компонент. На рисунке приведены измеренные положения одной из звезд (маленькие крестики) относительно другой, которая считалась неподвижной и помечена большим крестом. Измерения производились в течение орбитального периода (169 лет). Усредненные положения показаны в виде линии эллипса. Считая, что малая ось орбит звезд в пространстве лежит в плоскости рисунка, найдите наклон самой плоскости орбит к плоскости рисунка.



**6. Решение и рекомендации для жюри.** См. задачу 6 для 10 класса.