

10 класс

- 10.1. В каждой клетке таблицы, состоящей из 10 столбцов и n строк, записана цифра. Известно, что для любой строки A и любых двух столбцов найдётся строка, отличающаяся от A ровно в этих двух столбцах. Докажите, что $n \geq 512$. (Р. Карасёв)
- 10.2. На доске написаны девять приведённых квадратных трёхчленов: $x^2 + a_1x + b_1$, $x^2 + a_2x + b_2$, \dots , $x^2 + a_9x + b_9$. Известно, что последовательности a_1, a_2, \dots, a_9 и b_1, b_2, \dots, b_9 — арифметические прогрессии. Оказалось, что сумма всех девяти трёхчленов имеет хотя бы один корень. Какое наибольшее количество исходных трёхчленов может не иметь корней? (И. Богданов)
- 10.3. Назовём компанию k -неразбиваемой, если при любом разбиении её на k групп в одной из групп найдутся два знакомых человека. Дана 3-неразбиваемая компания, в которой нет четырёх попарно знакомых человек. Докажите, что её можно разделить на две компании, одна из которых 2-неразбиваемая, а другая — 1-неразбиваемая. (В. Дольников)
- 10.4. Периметр треугольника ABC равен 4. На лучах AB и AC отмечены точки X и Y так, что $AX = AY = 1$. Отрезки BC и XY пересекаются в точке M . Докажите, что периметр одного из треугольников ABM и ACM равен 2. (В. Шмаров)