

9 класс

Задача №9-Е1. Не зная броду, не суйся в воду

Проводим измерения, результаты представлены в таблице 1. В последнем столбце указано значение h , расчет которого проведён по формуле, полученной в пункте 2.

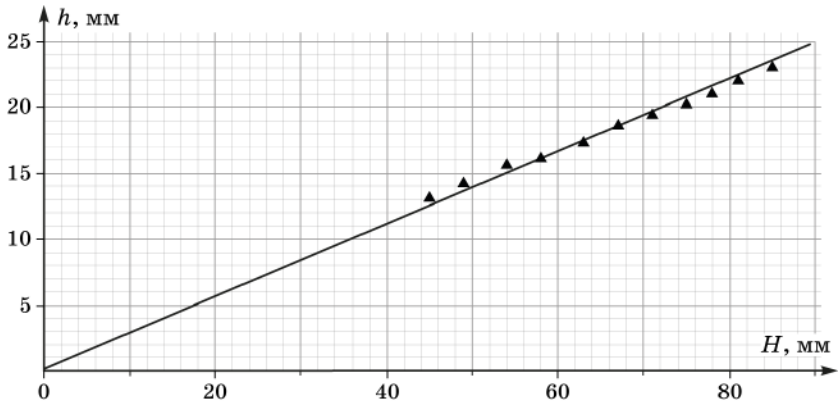
№ П/П	H , мм	a , мм	b , мм	x , мм	h , мм
1	45	37	242	2	13,1
2	49	34	242	2	14,2
3	54	31	242	2	15,6
4	58	30	242	2	16,1
5	63	28	242	2	17,3
6	67	26	242	2	18,6
7	71	25	242	2	19,4
8	75	24	242	2	20,2
9	78	23	242	2	21,0
10	81	22	242	2	22,0
11	85	21	242	2	23,0

Получим расчётную формулу для h . Из подобия треугольников ABC и ADE :

$$\frac{h}{x} = \frac{b}{a}; h = \frac{b \cdot x}{a}.$$

В таблицу 1 добавлен столбец, в котором содержатся результаты расчёта h .

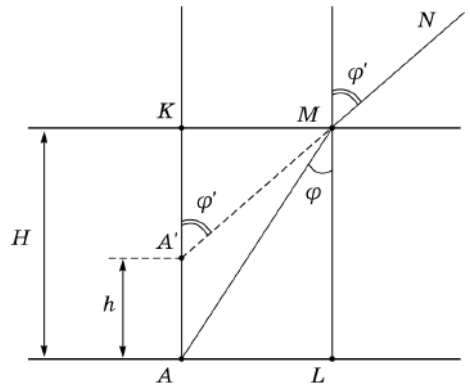
Строим график зависимости $h(H)$:



Так как точки хорошо ложатся на прямую, проходящую через начало координат, делаем вывод о линейной зависимости h от H . Проводим прямую через начало координат и определяем угловой коэффициент:

$$k \approx 0,28.$$

Рассмотрим плоскопараллельную пластину (слой воды) толщиной H и показателем преломления n . Построим ход двух лучей, идущих от точки A , расположенной на нижней поверхности пластины (дне водного слоя). Луч AK падает на верхнюю поверхность перпендикулярно, поэтому выходит без преломления. Угол падения луча AM равен φ , он выходит из пластины (слоя) под углом φ' к перпендикуляру LM к верхней поверхности. Лучи AK и MN попадают наблюдателю «в глаз», и он видит изображение точки A в точке A' (то есть точка A как бы приподнимается с точки зрения наблюдателя).



По закону преломления

$$n \cdot \sin \varphi = 1 \cdot \sin \varphi'.$$

Абсолютный показатель преломления воздуха равен 1, показатель преломления

воды равен n . Рассмотрим треугольник ALM

$$AL = LM \cdot \operatorname{tg} \varphi = H \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Запишем соотношение между катетами треугольника $A'KM$

$$KM = KA' \cdot \operatorname{tg} \varphi'.$$

Кроме того, $KM = AL$. Так как угол падения φ и угол преломления φ' малы, то

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi; \operatorname{tg} \varphi' \approx \sin \varphi' \approx \varphi'.$$

Тогда

$$H \cdot \operatorname{tg} \varphi = KA' \cdot \operatorname{tg} \varphi'; H \cdot \sin \varphi = KA' \cdot n \cdot \sin \varphi; H \cdot \varphi = KA' \cdot n \cdot \varphi;$$

Так как

$$KA' = KA - AA' = H - h,$$

то для h получим

$$h = \frac{n-1}{n} \cdot H.$$

Таким образом коэффициент преломления n связан с найденным коэффициентом k соотношением

$$k = \frac{n-1}{n}.$$

Выразим показатель преломления n

$$n = \frac{1}{1-k}$$

. Подставим значения, найдем показатель преломления воды в нашей работе

$$n = \frac{1}{1-0,28} = 1,39.$$

9 класс

Задача №9-Е2. Плотность изолянта

Отрежем от листа бумаги белые края, оставив только миллиметровую сетку. Размеры получившегося листа бумаги $a = (20,0 \pm 0,1)$ см, $b = (28,0 \pm 0,1)$ см. Скрутим миллиметровку в максимально плотную трубочку (разлиновкой наружу) вдоль длинной стороны b . Закрепим края очень узкими полосками изолянта, отрезанными от основного рулона. Эту трубочку будем использовать как линейку и как рычаг. Масса трубочки

$$M = ab\sigma = 4,48 \pm 0,04 \text{ г.}$$

Измерим трубочкой ширину изолянта $l = (19 \pm 1)$ мм, внешний диаметр рулона $D = (72 \pm 1)$ мм, внутренний диаметр рулона (без учета картонной втулки) $d = (44 \pm 1)$ мм. Объем рулона изолянта можно выразить через его длину L , толщину h , ширину l :

$$V = Lhl, \quad (1)$$

а также через внешний D и внутренний d диаметры и толщину l рулона:

$$V = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \cdot l. \quad (2)$$

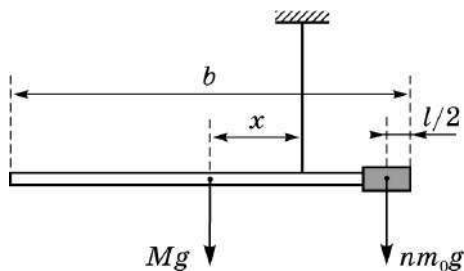
Из (1) и (2)

$$h = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4L} = (127 \pm 9) \text{ мкм.}$$

$$h = (127 \pm 9) \text{ мкм.}$$

Заводское значение толщины изолянта 0,13 мм.

Для выполнения второго и третьего пунктов задания необходимо измерить массу изолянта. В данной задаче это может быть осуществлено только с помощью известной массы листа миллиметровой бумаги. Используем изготовленную ранее бумажную трубочку в качестве рычага. Подвесим ее на нитке и определим положение центра масс, уравновесив трубочку в горизонтальном положении. Далее будем отрезать от изолянта отрезки длиной $b = 28$ см (равные длине бумажного рычага) и последовательно наматывать их заподлицо на край бумажной трубочки (см. рисунок). Обозначим массу одного отрезка m_0 . Снимем зависимость смещения x центра масс системы «рычаг + лента» от количества n отрезков изолянта длиной 28 см, намотанных на рычаг. Ниже приведена таблица измерений.



n	x , мм	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{x}$, $\frac{1}{\text{м}}$
1	20 ± 1	1,00	$50,0 \pm 2,5$
2	36 ± 1	0,50	$27,8 \pm 0,8$
3	47 ± 1	0,33	$21,3 \pm 0,5$
4	56 ± 1	0,25	$17,9 \pm 0,3$
5	63 ± 1	0,20	$15,9 \pm 0,3$

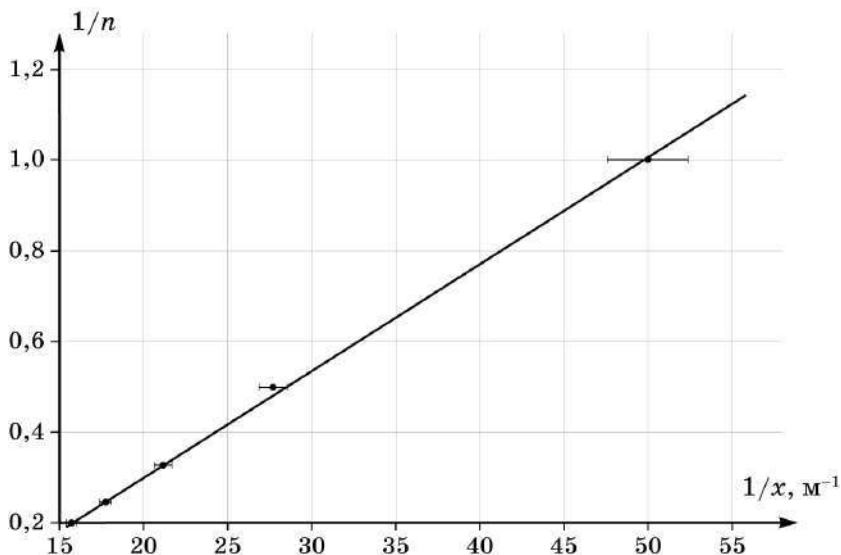
Запишем правило моментов относительно точки подвеса для системы в горизонтальном положении рычага

$$Mgx = nm_0g \left(\frac{b}{2} - \frac{l}{2} - x \right). \quad (3)$$

После преобразований

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{x} \cdot \frac{m_0}{M} \left(\frac{b-l}{2} \right) - \frac{m_0}{M}. \quad (4)$$

Видно, что зависимость $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$ является линейной. Угловым коэффициентом k этой зависимости дает возможность определить m_0 – массу отрезка изоленды длиной 28 см. Построим график $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$.



С помощью графика находим

$$k = \frac{m_0}{M} \left(\frac{b-l}{2} \right) = (24,4 \pm 1,2) \text{ мм}$$

или $m_0 = (0,84 \pm 0,06) \text{ г}$. Линейная плотность изолянт

$$\lambda = \frac{m_0}{b} = (3,0 \pm 0,2) \frac{\text{г}}{\text{м}}.$$

$$\lambda = (3,0 \pm 0,2) \frac{\text{г}}{\text{м}}.$$

Объемная плотность изолянт

$$\rho = \frac{\lambda}{hl} = (1,24 \pm 0,24) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

$$\rho = (1,24 \pm 0,24) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Примечание: если в решении участников олимпиады из правила моментов (3) получена зависимость $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$ (выражение (4)), то удобнее и вполне допустимо построение графика именно этой зависимости, т.е. по горизонтали откладывается обратная величина измеряемой величины, а по вертикали – изменяемой. Если же учащийся после преобразований из (3) получил зависимость $\frac{1}{x}$ от $\frac{1}{n}$, то при построении графика удобнее по горизонтали откладывать обратную величину изменяемой величины, т.е. $\frac{1}{n}$. Очевидно, что на результат такая смена осей не влияет.

Шифр

 Σ

9-Е1. Не зная броду, не суйся в воду

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Есть таблица прямых измерений	1.0		
1.2	В таблице указаны единицы измерения всех величин	1.0		
	Количество прямых измерений			
1.3	11 и более точек	4.0		
	– 7, 8, 9, 10 точек	3.0		
	– 5, 6 точек	2.0		
	– менее 5 точек	0.0		
2.1	Получена формула $h = \frac{bx}{a}$	2.0		
2.2	Либо включён в таблицу измерений, либо оформлен в виде отдельной таблицы расчет h по полученной формуле	1.0		
3.1	«Площадь графика» не менее 50% листа	0.5		
3.2	Оси подписаны, есть единицы измерения на обеих осях	0.5		
3.3	Масштаб удобный и указан по всей оси	0.5		
3.4	Проведена прямая, проходящая через начало координат	0.5		
3.5	Прямая на графике участника содержит точку (0;0)	2.0		
3.6	Ответ участника для k принадлежит интервалу [0,25; 0,31]	2.0		
	– Ответ участника для k принадлежит интервалу [0,22; 0,34]	1.0		
4.1	Построен ход лучей	1.0		
4.2	Получена формула $h = \frac{n-1}{n} H$	2.0		
4.3	Показатель преломления n выражен через k	1.0		
4.4	Найдено значение n Попадание ответа участника в интервал: [1,10; 1,50]	1.0		
	– Найдено значение n Попадание ответа участника в интервал: [1,00; 1,70]	0.5		

Шифр

 Σ **9-Е2. Плотность изоленды**

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Метод 1. Объем изоленды выражен через его длину L , толщину h , ширину l : $V = Lhl$	1.0		
1.2	Метод 1. Объем изоленды выражен через внешний D и внутренний d диаметры и толщину l рулона: $V = \frac{\pi(D^2-d^2)}{4}l$	1.0		
1.3	Метод 1. Получена расчетная формула $h = \frac{\pi(D^2-d^2)}{4L}$	0.5		
1.4	Метод 1. Измерены внешний и внутренний диаметры D и d изоленды	2 знач по 0.5		
1.5°	Метод 2. Толщина изоленды – это отношение толщины стопки наклеенных друг на друга кусочков изоленды и числа кусочков $h = \frac{H}{N}$	0.5		
1.6°	Метод 2. Измерены H и N	2 знач по 0.5		
1.7	Найдена толщина изоленды h ($\pm 10\%$ от эталонного значения, измеренного членами жюри) – Найдена толщина изоленды h ($\pm 20\%$ от эталонного значения, измеренного членами жюри)	1.0 0.5		
1.8	Вычислена погрешность найденного значения толщины изоленды	0.5		
2.1	Измерены длины сторон листа бумаги без белых полей	0.5		
2.2	Рассчитана масса листа бумаги без белых полей	0.5		
2.3	Идея «бумажная трубочка как рычаг известной массы»	0.5		
2.4	Найдено положение центра масс трубочки	0.5		
2.5	Снята зависимость смещения x центра масс системы «рычаг + изоленда» от длины намотанной изоленды или количества отрезков определенной длины. Возможны и другие варианты, например, снята зависимость массы изоленды (вычисленная в каждом случае по уравнению моментов) от ее длины. Оцениваются не более 5 точек	5 точек по 0.5		

2.6	Плечи рычагов были длинными: изоленга нама- тывалась (или прикреплялась на нити) ближе к концу рычага.	0.5		
2.7	Записано правило моментов	2.0		
2.8	Предложена линеаризация измеренной зависимо- сти	1.0		
2.9	Размер и подпись осей (разделы 1-4 таблицы Тре- бований к проведению РЭ ВсОШ)	0.5		
2.10	Оцифровка осей (раздел 5 Таблицы)	0.5		
2.11	Нанесение точек (раздел 6 таблицы)	0.5		
2.12	Линия графика (раздел 7 таблицы)	0.5		
2.13	Грамотно определена погрешность углового или свободного коэффициента (того, который необхо- дим для дальнейших расчетов), в том числе на графике присутствуют кресты погрешностей.	0.5		
2.14	Измерена ширина изоленги l	0.5		
2.15	Найдена линейная плотность изоленги ($\pm 15\%$ от эталонного значения, измеренного членами жю- ри) — Найдена линейная плотность изоленги ($\pm 30\%$ от эталон- ного значения, измеренного членами жюри)	1.5 <i>0.5</i>		
2.16	Вычислена погрешность найденного значения ли- нейной плотности изоленги	0.5		
3.1	Формула, связывающая объемную и линейную плотности $\rho = \frac{\lambda}{hl}$	0.5		
3.2	Найдена объемная плотность изоленги ($\pm 20\%$ от эталонного значения, измеренного членами жю- ри) — Найдена объемная плотность изоленги ($\pm 40\%$ от эталон- ного значения, измеренного членами жюри)	1.0 <i>0.5</i>		
3.3	Вычислена погрешность найденного значения объемной плотности изоленги	0.5		