

Пригласительный этап ВсОШ в городе Москве, математика, 10 класс, 2023

18 май 2023 г., 09:55 — 19 май 2023 г., 21:15

№ 1, вариант 1

1 балл

Выберите числа, которые являются контрпримерами к данному утверждению:

«Если сумма цифр натурального числа делится на 27, то и само число делится на 27».

18

81

999

9918

№ 1, вариант 2

1 балл

Выберите числа, которые являются контрпримерами к данному утверждению:

«Если число делится на 27, то и сумма его цифр делится на 27».

18

81

999

9918

№ 1, вариант 3

1 балл

Выберите числа, которые являются контрпримерами к данному утверждению:

«Если сумма цифр натурального числа делится на 27, то и само число делится на 27».

36

54

999

2799

№ 1, вариант 4

1 балл

Выберите числа, которые являются контрпримерами к данному утверждению:

«Если число делится на 27, то и сумма его цифр делится на 27».

36

54

999

2799

№ 2, вариант 1

1 балл

Петя выписывает ряд чисел: если текущее число равно x , то следующее равно $\frac{1}{1-x}$.
Первое число в ряду равно 2. Чему равно пятисотое число?

Число или дробь

№ 2, вариант 2

1 балл

Петя выписывает ряд чисел: если текущее число равно x , то следующее равно $\frac{1}{1-x}$.
Первое число в ряду равно -1 . Чему равно трёхсотое число?

Число или дробь

№ 2, вариант 3

1 балл

Петя выписывает ряд чисел: если текущее число равно x , то следующее равно $1 - \frac{1}{x}$.
Первое число в ряду равно 3 . Чему равно шестисотое число?

Число или дробь

№ 2, вариант 4

1 балл

Петя выписывает ряд чисел: если текущее число равно x , то следующее равно $1 - \frac{1}{x}$.
Первое число в ряду равно 2 . Чему равно двухсотое число?

Число или дробь

№ 3, вариант 1

1 балл

Целые неотрицательные числа a, b, c, d таковы, что

$$ab + bc + cd + da = 707.$$

Какое наименьшее значение может иметь сумма $a + b + c + d$?

Число

№ 3, вариант 2

1 балл

Целые неотрицательные числа a, b, c, d таковы, что

$$ab + bc + cd + da = 505.$$

Какое наименьшее значение может иметь сумма $a + b + c + d$?

Число

№ 3, вариант 3

1 балл

Целые неотрицательные числа a, b, c, d таковы, что

$$ab + bc + cd + da = 303.$$

Какое наименьшее значение может иметь сумма $a + b + c + d$?

Число

№ 3, вариант 4

1 балл

Целые неотрицательные числа a, b, c, d таковы, что

$$ab + bc + cd + da = 1111.$$

Какое наименьшее значение может иметь сумма $a + b + c + d$?

Число

№ 4, вариант 1

1 балл

Аня и Боря играют в камень–ножницы–бумага. В этой игре каждый игрок выбирает одну из фигур: камень, ножницы или бумагу. Камень побеждает ножницы, ножницы побеждают бумагу, бумага побеждает камень. Если игроки выбирают одинаковые фигуры, то партия заканчивается ничьей.

Аня и Боря провели 25 партий. Аня выбирала камень 12 раз, ножницы — 6 раз, бумагу — 7 раз. Боря выбирал камень 13 раз, ножницы — 9 раз, бумагу — 3 раза. Ни в одной партии не было ничьей. Сколько раз могла выиграть Аня? Укажите все возможные ответы.

Число



№ 4, вариант 2

1 балл

Аня и Боря играют в камень–ножницы–бумага. В этой игре каждый игрок выбирает одну из фигур: камень, ножницы или бумагу. Камень побеждает ножницы, ножницы побеждают бумагу, бумага побеждает камень. Если игроки выбирают одинаковые фигуры, то партия заканчивается ничьей.

Аня и Боря провели 36 партий. Аня выбирала камень 6 раз, ножницы — 5 раз, бумагу — 25 раз. Боря выбирал камень 2 раза, ножницы — 31 раз, бумагу — 3 раза. Ни в одной партии не было ничьей. Сколько раз могла выиграть Аня? Укажите все возможные ответы.

Число



№ 4, вариант 3

1 балл

Аня и Боря играют в камень–ножницы–бумага. В этой игре каждый игрок выбирает одну из фигур: камень, ножницы или бумагу. Камень побеждает ножницы, ножницы побеждают бумагу, бумага побеждает камень. Если игроки выбирают одинаковые фигуры, то партия заканчивается ничьей.

Аня и Боря провели 32 партии. Аня выбирала камень 19 раз, ножницы — 5 раз, бумагу — 8 раз. Боря выбирал камень 2 раза, ножницы — 6 раз, бумагу — 24 раза. Ни в одной партии не было ничьей. Сколько раз мог выиграть Боря? Укажите все возможные ответы.

Число



№ 4, вариант 4

1 балл

Аня и Боря играют в камень–ножницы–бумага. В этой игре каждый игрок выбирает одну из фигур: камень, ножницы или бумагу. Камень побеждает ножницы, ножницы побеждают бумагу, бумага побеждает камень. Если игроки выбирают одинаковые фигуры, то партия заканчивается ничьей.

Аня и Боря провели 20 партий. Аня выбирала камень 13 раз, ножницы — 3 раза, бумагу — 4 раза. Боря выбирал камень 7 раз, ножницы — 9 раз, бумагу — 4 раза. Ни в одной партии не было ничьей. Сколько раз мог выиграть Боря? Укажите все возможные ответы.

Число

**№ 5, вариант 1**

1 балл

Среди n углов выпуклого n -угольника $n - 1$ угол равен 150° , а оставшийся — меньше 150° . Для каких n это возможно? Укажите все возможные ответы.

Число

**№ 5, вариант 2**

1 балл

Среди n углов выпуклого n -угольника $n - 1$ угол равен 140° , а оставшийся — меньше 140° . Для каких n это возможно? Укажите все возможные ответы.

Число

**№ 5, вариант 3**

1 балл

Среди n углов выпуклого n -угольника $n - 1$ угол равен 160° , а оставшийся угол — острый. Для каких n это возможно? Укажите все возможные ответы.

Число



№ 5, вариант 4

1 балл

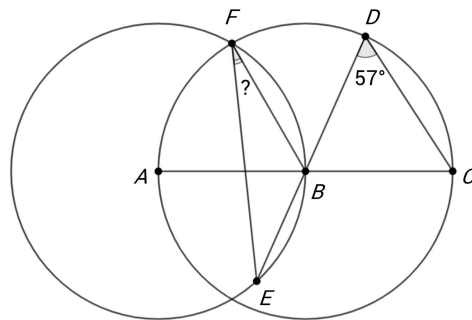
Среди n углов выпуклого n -угольника $n - 1$ угол равен 145° , а оставшийся — меньше 145° . Для каких n это возможно? Укажите все возможные ответы.

Число

**№ 6, вариант 1**

1 балл

На рисунке две окружности с центрами A и B . Кроме того, точки A , B и C лежат на одной прямой, точки D , B и E также лежат на одной прямой. Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».

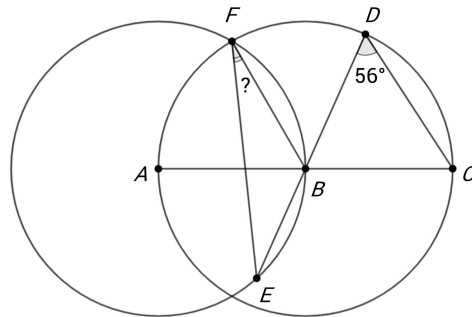


Число или дробь

№ 6, вариант 2

1 балл

На рисунке две окружности с центрами A и B . Кроме того, точки A , B и C лежат на одной прямой, точки D , B и E также лежат на одной прямой. Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».

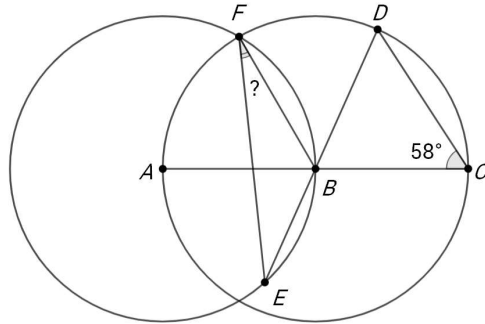


Число или дробь

№ 6, вариант 3

1 балл

На рисунке две окружности с центрами A и B . Кроме того, точки A , B и C лежат на одной прямой, точки D , B и E также лежат на одной прямой. Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».

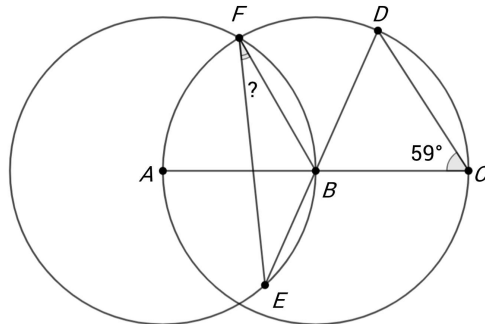


Число или дробь

№ 6, вариант 4

1 балл

На рисунке две окружности с центрами A и B . Кроме того, точки A , B и C лежат на одной прямой, точки D , B и E также лежат на одной прямой. Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».



Число или дробь

№ 7, вариант 1

1 балл

За большим круглым столом лицом к центру стола пируют 90 человек: 40 баронов, 30 графов и 20 маркизов. По сигналу должны встать ровно те, у кого оба соседа — левый и правый — имеют одинаковый титул. Какое наибольшее количество людей может встать?

Например, чтобы встал граф, оба его соседа должны иметь одинаковый титул, но не обязательно графский.

Число

№ 7, вариант 2

1 балл

За большим круглым столом лицом к центру стола пируют **110** человек: **50** баронов, **40** графов и **20** маркизов. По сигналу должны встать ровно те, у кого оба соседа — левый и правый — имеют одинаковый титул. Какое наибольшее количество людей может встать?
Например, чтобы встал граф, оба его соседа должны иметь одинаковый титул, но не обязательно графский.

Число

№ 7, вариант 3

1 балл

За большим круглым столом лицом к центру стола пируют **55** человек: **25** баронов, **20** графов и **10** маркизов. По сигналу должны встать ровно те, у кого оба соседа — левый и правый — имеют одинаковый титул. Какое наибольшее количество людей может встать?
Например, чтобы встал граф, оба его соседа должны иметь одинаковый титул, но не обязательно графский.

Число

№ 7, вариант 4

1 балл

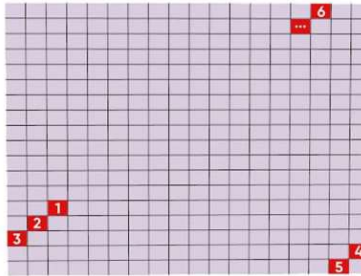
За большим круглым столом лицом к центру стола пируют **95** человек: **45** баронов, **30** графов и **20** маркизов. По сигналу должны встать ровно те, у кого оба соседа — левый и правый — имеют одинаковый титул. Какое наибольшее количество людей может встать?
Например, чтобы встал граф, оба его соседа должны иметь одинаковый титул, но не обязательно графский.

Число

№ 8, вариант 1

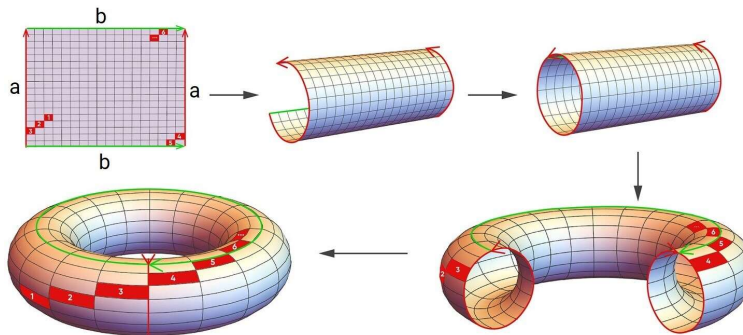
1 балл

Есть магический клетчатый лист бумаги размера 2000×70 , изначально все клетки серые. Маляр встаёт на некоторую клетку и красит её в красный цвет. Каждую секунду маляр делает два шага: на одну клетку влево и на одну клетку вниз, и закрашивает красным цветом ту клетку, на которой он оказался после двух шагов. Если маляр стоит в самом левом столбце и должен сделать шаг влево, то он этим шагом телепортируется в самую правую клетку той же строки; если маляр стоит в нижней строке и должен сделать шаг вниз, то он этим шагом телепортируется в верхнюю клетку того же столбца. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе? На рисунке приведён пример ходов маляра: сначала маляр в клетке 1, потом в клетке 2 и т.п.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

Комментарий. Приведём другую, эквивалентную формулировку этой задачи. Из клетчатого листа бумаги 2000×70 склеивается тор, как показано на картинке.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

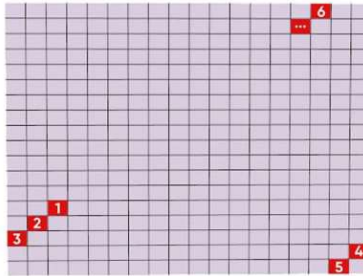
Маляр ходит по тору по диагонали. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе?

Число

№ 8, вариант 2

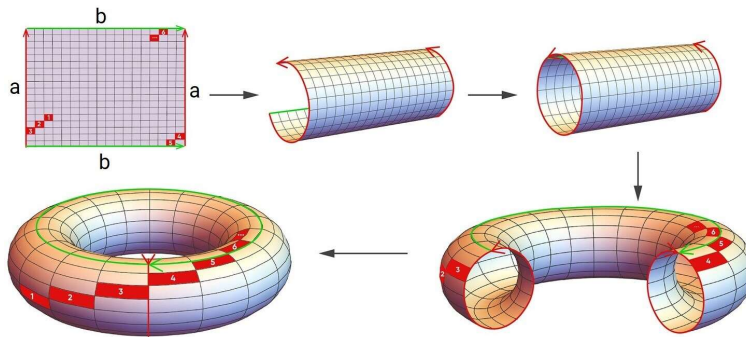
1 балл

Есть магический клетчатый лист бумаги размера 5000×70 , изначально все клетки серые. Маляр встаёт на некоторую клетку и красит её в красный цвет. Каждую секунду маляр делает два шага: на одну клетку влево и на одну клетку вниз, и закрашивает красным цветом ту клетку, на которой он оказался после двух шагов. Если маляр стоит в самом левом столбце и должен сделать шаг влево, то он этим шагом телепортируется в самую правую клетку той же строки; если маляр стоит в нижней строке и должен сделать шаг вниз, то он этим шагом телепортируется в верхнюю клетку того же столбца. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе? На рисунке приведен пример ходов маляра: сначала маляр в клетке 1, потом в клетке 2 и т.п.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

Комментарий. Приведём другую, эквивалентную формулировку этой задачи. Из клетчатого листа бумаги 5000×70 склеивается тор, как показано на картинке.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

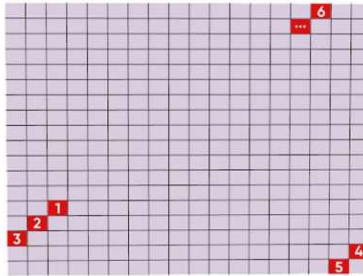
Маляр ходит по тору по диагонали. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе?

Число

№ 8, вариант 3

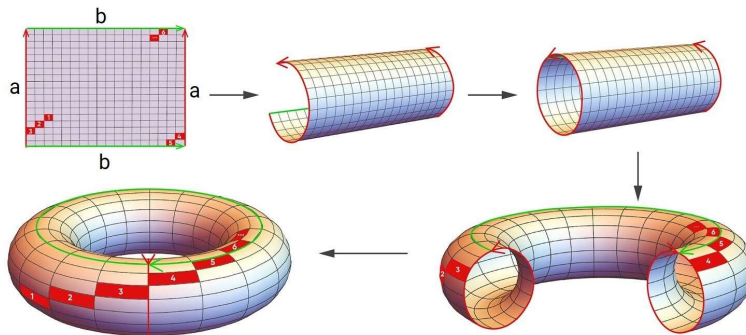
1 балл

Есть магический клетчатый лист бумаги размера 2000×90 , изначально все клетки серые. Маляр встаёт на некоторую клетку и красит её в красный цвет. Каждую секунду маляр делает два шага: на одну клетку влево и на одну клетку вниз, и закрашивает красным цветом ту клетку, на которой он оказался после двух шагов. Если маляр стоит в самом левом столбце и должен сделать шаг влево, то он этим шагом телепортируется в самую правую клетку той же строки; если маляр стоит в нижней строке и должен сделать шаг вниз, то он этим шагом телепортируется в верхнюю клетку того же столбца. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе? На рисунке приведён пример ходов маляра: сначала маляр в клетке 1, потом в клетке 2 и т.п.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

Комментарий. Приведём другую, эквивалентную формулировку этой задачи. Из клетчатого листа бумаги 2000×90 склеивается тор, как показано на картинке.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

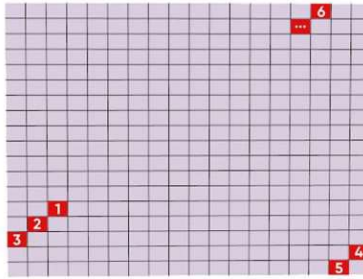
Маляр ходит по тору по диагонали. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе?

Число

№ 8, вариант 4

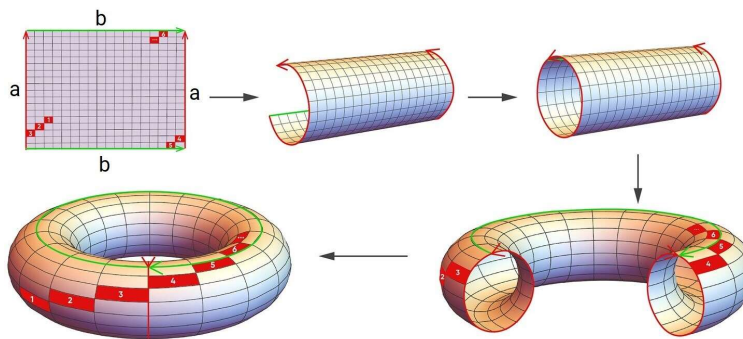
1 балл

Есть магический клетчатый лист бумаги размера 3000×70 , изначально все клетки серые. Маляр встаёт на некоторую клетку и красит её в красный цвет. Каждую секунду маляр делает два шага: на одну клетку влево и на одну клетку вниз, и закрашивает красным цветом ту клетку, на которой он оказался после двух шагов. Если маляр стоит в самом левом столбце и должен сделать шаг влево, то он этим шагом телепортируется в самую правую клетку той же строки; если маляр стоит в нижней строке и должен сделать шаг вниз, то он этим шагом телепортируется в верхнюю клетку того же столбца. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе? На рисунке приведён пример ходов маляра: сначала маляр в клетке 1, потом в клетке 2 и т.п.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

Комментарий. Приведём другую, эквивалентную формулировку этой задачи. Из клетчатого листа бумаги 3000×70 склеивается тор, как показано на картинке.



[Открыть изображение в новой вкладке](#)

Маляр ходит по тору по диагонали. Через несколько ходов маляр вернулся на клетку, с которой начинал. Сколько в этот момент красных клеток на листе?

Число