

Задача №11-1. Полёт с препятствием

При движении магнита в любой точке проводящей пластинки изменяется магнитное поле, поскольку изменяется положение магнита относительно пластинки. Пусть $\frac{d\vec{B}(\vec{r})}{dl}$ — производная магнитного поля в точке с радиус-вектором \vec{r} по направлению движения магнита. Тогда для производной магнитного поля по времени получим:

$$\frac{d\vec{B}(r)}{dt} = -v \cdot \frac{d\vec{B}(\vec{r})}{dl}.$$

Это означает, что в каждой точке пространства производная магнитного поля по времени прямо пропорциональна скорости его движения. Из этого напрямую следует, что возникающее в каждой точке пластинки вихревое электрическое поле также прямо пропорционально скорости движения магнита:

$$E_{\text{вихр}} \sim v.$$

Из локального закона Ома имеем:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}_{\text{вихр}}}{\rho}.$$

Если по проводнику длиной l с площадью поперечного сечения S протекает ток силой I , то на нём выделяется тепловая мощность P , равная:

$$P = I^2 R = j^2 S^2 \cdot \frac{\rho l}{S} = \rho j^2 \cdot l S,$$

откуда для мощности тепловыделения в единице объёма пластинки получим:

$$\frac{dP}{dV} = \rho j^2 = \frac{E_{\text{вихр}}^2}{\rho} \sim v^2.$$

Поскольку сопротивлением воздуха и трением в подшипнике по условию можно пренебречь, все энергетические потери системы связаны с выделением джоулева тепла. Таким образом, имеем:

$$n_1 = 2.$$

Значения H и h записаны с учетом поправки на положение магнита относительно каждой линейки. (В решении есть точки, выходящие за рамки рекомендуемого диапазона).

H , мм	h , мм
281	228
260	212
241	196
222	178
201	160
182	142
161	125
141	107
122	96
101	72

Будем отсчитывать потенциальную энергию системы от положения равновесия. Пусть v — скорость движения груза. Тогда для потенциальной и кинетической энергий системы можно записать:

$$W_p = M_1 g H \quad W_k = \frac{M_2 v^2}{2},$$

где M_1 и M_2 — коэффициенты пропорциональности, зависящие от геометрии системы. Это означает, что вблизи положения равновесия скорости v_0 и v_1 до и после взаимодействия с магнитом соответственно равны:

$$v_0 = \sqrt{2gH \cdot \frac{M_1}{M_2}} \quad v_1 = \sqrt{2gh \cdot \frac{M_1}{M_2}}.$$

Запишем закон изменения энергии системы, пренебрегая мощностью силы тяжести:

$$M_2 v \cdot dv = -\alpha v^2 \cdot dt$$

Сокращая v и интегрируя по времени, находим:

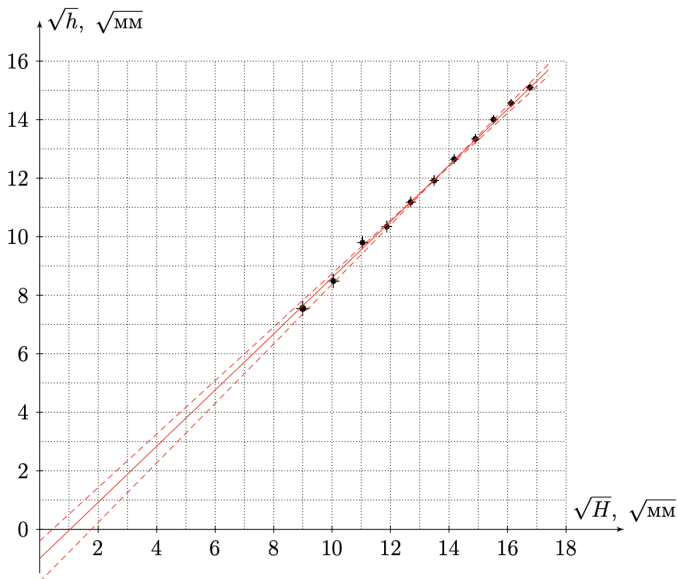
$$m(v_1 - v_0) = -\beta,$$

где $\beta = \int \alpha dl$ — постоянная величина. Тогда имеем:

$$\sqrt{h} = \sqrt{H} - \frac{\beta}{\sqrt{2g \cdot \frac{M_1}{M_2}}}.$$

В координатах $\sqrt{h} (\sqrt{H})$ зависимость является линейной.

Построим график в выбранных координатах и убедимся в применимости модели:

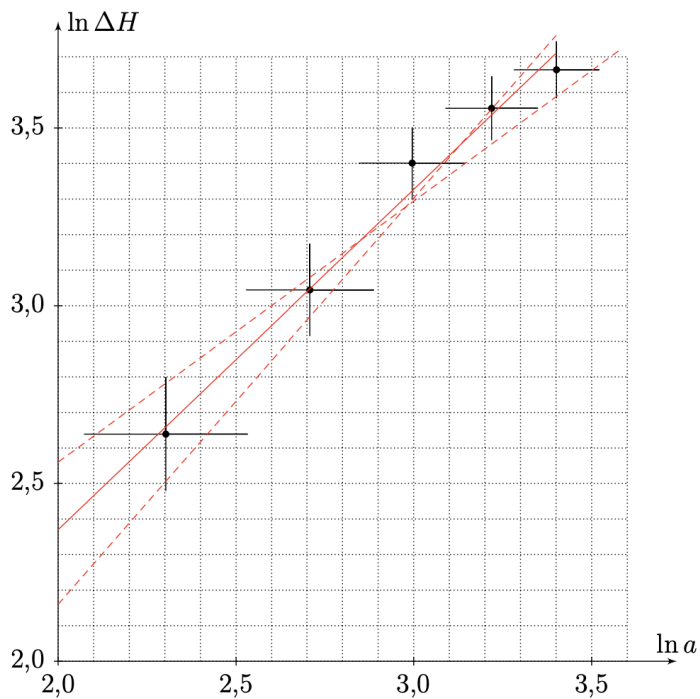


Коэффициент наклона прямой $k_1 = 0,98 \pm 0,05$, что подтверждает предложенную теоретическую модель.

Значения h записаны с учетом поправки на положение магнита относительно линейки.

a , мм	h , мм
30	161
25	165
20	170
15	179
10	186

Построим график $\ln \Delta H$ ($\ln a$)



Коэффициент наклона прямой $k_2 = 1,0 \pm 0,2$. $n_2 \approx 1$.

Задача Ru22-11-E1. Полёт с препятствием
Шифр

$\Sigma =$

	Пункт разбалловки	Балл	Наличие
1.1	Утверждается, что плотность возникающего в пластине тока j прямо пропорциональна скорости движения магнита v .	0.50	
1.2	Утверждение о прямой пропорциональности j и v корректно обосновано.	1.00	
1.3	Указано, что мощность энергетических потерь прямо пропорциональна j^2 .	0.50	
1.4	Получен правильный ответ: $n_1 = 2$	0.50	
2.1	Явно указано, что высоты H и h измеряются от нижней точки магнита в положении равновесия.	0.50	
2.2	Указано, что для каждого значения H измерение величины h проводилось несколько раз, при этом получалось одно и то же значение h .	0.50	
2.3	По 0.5 балла за каждую пару значений h и H (не более 9 точек).	9×0.50	
2.4	Отсутствие первичных данных (показания линейки).	-0.50	
2.5	Диапазон изменения величины H не менее 15 см.	1.00	
2.6	Не указана размерность измеряемых величин.	-0.50	
3.1	Показано, что скорость магнита при прохождении над пластинкой уменьшается на фиксированную величину, не зависящую от H .	1.50	
3.2	Разумная модель, опирающаяся на приближения, не описанные в условии задачи.	0.50	
3.3	Указано (используется в решении), что $v_0^2 \sim H$; $v_1^2 \sim h$.	0.50	
3.4	Показано, что $\sqrt{H} - \sqrt{h} = \text{const}$, или для выбранной модели получена зависимость $h(H)$.	0.50	
3.5	На основании выведенной теоретической зависимости $h(H)$ предложена линейаризация.	0.50	
3.6	Для построения графика: 1) оси подписаны и оцифрованы; 2) выбран правильный масштаб; 3) точки нанесены на график; 4) кресты погрешностей нанесены на график; 5) проведена сглаживающая линия	5×0.10	
3.7	Выбранная линейаризация позволяет определить угловой коэффициент построенного графика из теоретических соображений.	0.50	
3.12	Из экспериментальных данных следует, что угловой коэффициент зависимости $\sqrt{h}(\sqrt{H})$ попадает в диапазон [0,94; 1,02] (балл ставится, если оценен график). Сделан обоснованный вывод о применимости теоретической модели.	1.00	
4.1	По 0.5 балла за каждую пару значений h и a (не более 5 точек).	5×0.50	
4.2	Указано, что каждое измерение величины h повторялось несколько раз, причём одно и то же h .	0.50	
4.5	Не указана размерность измеряемых величин.	-0.50	
5.1	n_2 определяется построением графика в логарифмическом масштабе.	1.00	
5.2	n_2 определяется с помощью МНК.	0.70	
5.3	Подбор степени.	0.20	
5.4	Для построения графика: 1) оси подписаны и оцифрованы; 2) выбран правильный масштаб; 3) точки нанесены на график; 4) кресты погрешностей нанесены на график; 5) проведена сглаживающая линия	5×0.10	
5.9	Попадание в узкие ворота: $n_2 = 0,95 \pm 0,15$ - 1.0 балла; Попадание в широкие ворота: $n_2 = 0,95 \pm 0,25$ - 0.5 балла;	2×0.50	
5.10	Разумная оценка погрешности (порядка 0,1 – 0,5) при условии попадания в ворота.	0.50	

Задача Ru22-10-E2. Необычный элемент
Шифр

$\Sigma =$

	Пункт разбалловки	Балл	Наличие
1.3	Значение R_0 в диапазоне [1900; 2100] Ω	0.40	
1.4	Погрешность R_0	0.10	
2.1	Положение источника	0.40	
2.2	Обоснование	0.40	
2.3	Полярность источника	0.40	
2.4	Обоснование	0.30	
2.5	Положение R_1	0.40	
2.6	Обоснование	0.10	
2.7	Положение R_2	0.40	
2.8	Обоснование	0.10	
3.1	Минимальное напряжение источника	0.40	
3.2	Погрешность	0.10	
3.3	Максимальное напряжение источника	0.40	
3.4	Погрешность	0.10	
3.5	Плохой метод измерения R_1 (или метод не предложен)	0.00	
3.6	Приемлемый метод измерения R_1	0.50	
3.7	Хороший метод измерения R_1	1.00	
3.8	Значение R_1 в диапазоне [320; 400] Ω <i>Примечание. Не ставится, если за метод измерения R_1 стоит 0</i>	0.80	
3.9	Погрешность R_1 <i>Примечание. Не ставится, если за метод измерения R_1 стоит 0</i>	0.20	
3.10	Плохой метод измерения R_2 (или метод не предложен)	0.00	
3.11	Приемлемый метод измерения R_2	0.50	
3.12	Хороший метод измерения R_2	1.00	
3.13	Значение R_2 в диапазоне [9 000; 11 000] Ω <i>Примечание. Не ставится, если за метод измерения R_2 стоит 0</i>	0.80	
3.14	Погрешность R_2 <i>Примечание. Не ставится, если за метод измерения R_2 стоит 0</i>	0.20	
4.1	Указано, что есть область с нулевым током	0.20	
4.2	Присутствует точка $I = 0, U \geq 27.5\text{В}$	0.30	
4.3	На области с убывающей ВАХ не менее 20 точек	1.50	
4.4	На области с убывающей ВАХ не менее 15 точек, но менее 20	1.00	
4.5	На области убывающей ВАХ не менее 10 точек, но менее 15	0.50	
4.6	На области убывающей ВАХ менее 10 точек (или ВАХ отсутствует)	0.00	
4.7	Для снятия ВАХ были использованы оба варианта подключения к источнику (АВ и ВС)	1.00	
4.8	Максимальный шаг напряжений на НЭ не более 1 В при токах $I > 0.1\text{ мА}$	0.50	
4.9	Есть точка при напряжении $< 25.0\text{ В}$ в области с убывающей ВАХ	0.50	
4.10	Есть точка при напряжении $> 27.5\text{ В}$ в области с убывающей ВАХ	0.50	
4.11	Не менее 5 точек на диапазоне $I < 1\text{ мА}$ в области с убывающей ВАХ	1.00	
4.12	График: подписаны оси	0.40	
4.13	График: масштаб	0.40	
4.14	Все точки на графике	0.40	
4.15	На график нанесена область с нулевым током	0.40	
4.16	График: кресты ошибок	0.40	
4.17	График: сглаживающая кривая	0.40	
5.1	Метод вычисления $R_{\text{дифф}}(27\text{ В})$	0.50	
5.2	Получен модуль $R_{\text{дифф}}(27\text{ В})$ в диапазоне [700; 1700] Ω <i>Примечание. Не ставится, если за метод вычисления $R_{\text{дифф}}(27\text{ В})$ стоит 0</i>	0.50	
5.3	Погрешность <i>Примечание. Не ставится, если за метод вычисления $R_{\text{дифф}}(27\text{ В})$ стоит 0</i>	0.30	
5.4	$R_{\text{дифф}}(27\text{ В}) < 0$	0.50	
5.5	Указано, что есть вторая точка при 27 В с неопределенным дифференциальным сопротивлением	0.50	
6.1	Метод вычисления $R_{\text{дифф}}(5\text{ мА})$	0.50	
6.2	Получен модуль $R_{\text{дифф}}(5\text{ мА})$ в области [300, 800] Ω <i>Примечание. Не ставится, если за метод вычисления $R_{\text{дифф}}(5\text{ мА})$ стоит 0</i>	0.50	
6.3	Погрешность <i>Примечание. Не ставится, если за метод вычисления $R_{\text{дифф}}(5\text{ мА})$ стоит 0</i>	0.30	
6.4	$R_{\text{дифф}}(5\text{ мА}) < 0$	0.50	