

Задача 1. Блиц (11 класс)**(12 баллов)**

В первом задании олимпиады вам предлагается коротко ответить на несколько не связанных друг с другом вопросов.

а) (4 балла) Горячо обсуждается вопрос о том, есть ли на рынке бензина страны X сговор производителей. Известно, что спрос на бензин в стране описывается уравнением $Q = 100 - P$, а текущая цена составляет $P = 35$. Функции общих издержек производителей бензина являются возрастающими. Может ли в стране X иметь место сговор производителей бензина? (Считайте, что при сговоре фирмы ведут себя как монополист.)

б) (4 балла) В отличие от соотечественников, некий гражданин страны Y потребляет только товары, произведенные в стране Y, причем только те из них, в производстве которых не используются иностранные компоненты, труд и капитал. Этот гражданин не участвует в финансовых рынках других стран. Поэтому этот гражданин заявляет, что удешевление национальной валюты страны Y ему не страшно, не приведет к удорожанию его потребительской корзины и вообще не повлияет на его благосостояние. Объясните, почему это может быть не так.

в) (4 балла) В стране A КПВ описывается уравнением $y = 40 - x$, а в стране B — уравнением $y = 40 - x^2/40$. В обеих странах товары x и y потребляются только пропорции $a : 1$. В отсутствие торговли страны максимизируют потребление товаров. При каком значении параметра $a > 0$ взаимовыгодная торговля между странами невозможна?

Решение

а) Заметим, что в точке $P = 35$ спрос неэластичен: $E = -\frac{35}{65}$. Но если бы на рынке был сговор, в котором фирмы вели бы себя как монополист, цена бы находилась на эластичном участке спроса, так как монополист с возрастающими общими издержками (положительными MC) всегда выбирает точку на эластичном участке спроса. Значит, сговора быть не может.

Можно привести тот же аргумент и не упоминая эластичность спроса как таковую. Поскольку функция выручки монополиста $TR(Q) = Q(100 - Q)$ убывает при $Q > 50$, функция прибыли $TR(Q) - TC(Q)$ также убывает (раз $TC(Q)$ возрастают), значит $Q = 65$ не может быть оптимальным выпуском (немного снизив выпуск, фирма увеличит прибыль). Следовательно, фирмы не ведут себя как монополист.

Примечание: исследования показывают, что спрос на бензин в реальной жизни как раз неэластичен (при наблюдаемых ценах): большинство оценок эластичности спроса находятся в интервале $[-0,5; -0,1]$. Это заставляет скептически относиться к разговорам о существовании полного сговора производителей бензина, в котором они вели бы себя как монополист. Тем не менее, возможность сговора, при котором цена ниже монопольной, остается.

б) **Объяснение 1 (через спрос):** При удешевлении национальной валюты иностранные товары подорожают. Соотечественники гражданина, потребляющие импортные товары, переключатся на отечественные товары, и цены отечественные товары также вырастут, что снизит уровень благосостояния данного гражданина.

Объяснение 2 (через предложение): При удешевлении национальной валюты отечественные компании будут больше экспортировать, что снизит предложение внутри страны и повысит цены на отечественные товары, что снизит уровень благосостояния данного гражданина.

в) Если альтернативные издержки в двух странах в отсутствие торговли не равны, взаимовыгодная торговля возможна: нужно увеличить производство товара *икс* в стране с меньшими альтернативными издержками и уменьшить его производство в стране с большими альтернативными издержками. Это увеличит суммарное производство товара *игрек* при том же производстве товара *икс*. Так мы попадем в точку на суммарной КПВ. Затем можно сдвинуться по суммарной КПВ вправо, пока мы не придем в точку, где производство обоих товаров больше, чем в первоначальной точке. Прирост производства обоих товаров можно распределить между странами, и обеим странам станет лучше.

Если же альтернативные издержки в отсутствие торговли равны, мы уже находимся в точке на суммарной КПВ стран. (Здесь важно, что альтернативные издержки в каждой из стран не являются убывающими.) Поэтому прирост производства обоих товаров невозможен, а вместе с ним невозможна и взаимовыгодная торговля.

Рассчитаем, при каком a альтернативные издержки в двух странах в отсутствие торговли равны. В стране А альт. издержки постоянны и равны 1. В стране В альт. издержки равны $|(40 - x^2/40)'| = 2x/40 = x/20$. Имеем $x/20 = 1$, $x = 20$. Значит, $y = 40 - 20^2/40 = 30$. Страна В будет в отсутствие торговли производить товары в объемах (20,30) при $a = 2/3$.

Ответ: при $a = 2/3$.

Схема проверки

а) Любое корректное обоснование отсутствия сговора (через оценку эластичности спроса или индекса Лернера; указание на действие монополиста на эластичном участке кривой спроса; указание на убывание выручки в окрестности $Q = 65$; сопоставление предельного дохода и предельных издержек) — 4 балла.

б) • Любое корректное обоснование влияния удешевления национальной валюты на гражданина со всеми необходимыми логическими переходами (со стороны спроса: через рост спроса на товары-заменители иностранных товаров/товаров с иностранными компонентами/трудом/капиталом; через предложение: увеличение экспорта, соответственно, снижение предложения экспортируемых потребительских товаров на внутреннем рынке) — 4 балла.

• Пропуск одного логического перехода во в целом правильной цепочке - минус — 1 балл.

в) • обоснование идеи о невозможности взаимовыгодной торговли при равенстве альтернативных издержек товаров в странах А и В — 2 балла.

• корректный расчет /обоснование значений/значения параметра a — 2 балла.

• В любом пункте арифметическая ошибка — минус 1 балл за пункт

Задача 2. Трилемма международных финансов (12 баллов)

а) (4 балла) Объясните, почему в стране не может одновременно быть фиксированный валютный курс, свободное движение капитала и независимая монетарная политика. Под независимой монетарной политикой подразумевайте возможность со стороны ЦБ устанавливать любой желаемый объем денежной массы в экономике.

б) (1 балл) Вследствие феномена *невозможной троицы*, описанного в пункте а), каждая страна должна сделать выбор из трех опций: (1) фиксированный курс со свободными потоками капитала (но без независимой монетарной политики), (2) фиксированный курс с независимой монетарной политикой (но с ограничениями на потоки капитала), и (3) независимая монетарная политика со свободными потоками капитала (но с плавающим валютным курсом). Это называется *трилеммой международных финансов*. Какую их трех опций выбирала Россия в 2015–2021 гг.? В этом пункте проверяется только ответ, пояснение не требуется.

в) (4 балла) Если мы обратим внимание на некоторые из стран, выбравших опцию (3) (особенно на страны-экспортеры ресурсов), мы можем отметить, что их ЦБ имеют значительные по объемам золотовалютные резервы (ЗВР), хотя официально эти ЦБ придерживаются политики таргетирования инфляции, а не регулирования валютного курса. Объясните *двумя способами*, почему ЦБ в таких странах может предпочесть накапливать и тратить ЗВР.

г) (3 балла) Может ли фискальная политика смягчить проблему невозможной троицы? Что должно делать правительство? Всегда ли можно использовать этот подход?

Решение

а) Рассмотрим пример. При свободном потоке капитала, если ЦБ пытается провести стимулирующую монетарную политику в стране с фиксированным курсом, то падение ставки процента внутри страны ведет к оттоку капитала (невыгодно держать сбережения в данной стране под более низкий процент, если за рубежом можно получить доходность выше). Это, в свою очередь, ведет к росту спроса на иностранную валюту, что начинает оказывать давление на валютный курс и национальная валюта начинает обесцениваться. Чтобы не допустить этого, ЦБ должен продать часть своих ЗВР на рынке, при этом изымая национальную валюту из экономики. В итоге попытка нарастить денежную массу приводит к тому, что ее приходится сокращать для удержания курса. Таким образом, ЦБ не может изменить денежной массы, а значит и проводить свободно денежно-кредитную политику.

б) Опцию (3).

в) (1) На черный день (из мотивов предосторожности, на случай наступления кризиса, резких скачков и т.п.). (2) Валютный курс оказывает существенное влияние на инфляцию за счет эффекта переноса. Если национальная валюта укрепляется, иностранные товары становятся дешевле, значит инфляция снижается. И наоборот, при ослаблении курса, инфляция начинает расти. Страны-экспортеры особенно сильно подвержены существенным колебаниям валюты, поскольку курс будет меняться в зависимости от стоимости экспортируемого товара, а этот показатель обычно является достаточно волатильным. В результате, чтобы избежать лишних колебаний

курса и, как следствие, цен, ЦБ может проводить интервенции именно для целей приведения инфляции к целевому уровню.

г) Если параллельно с увеличением денежной массы будут наращиваться государственные расходы, в такой степени, чтобы процентная ставка не изменялась, то давления на валютный курс оказываться не будет. Однако такая политика подразумевает рост госдолга, что не всегда является доступной опцией (угроза дефолта), и наоборот, при попытке сдерживания может оказаться, что правительство не может сильно сократить свои расходы или повысить налоги (в силу ограничения из кривой Лаффера и существования минимально необходимых трат (на социальные нужды)). Также важным фактором может выступать существование существенных лагов в проведении фискальной политики (требуется больше согласований дополнительных расходов и т.п.).

Схема проверки

а) За переход от изменений в монетарной политике к оттоку (либо притоку) капитала — +1 балл.

За изменения на валютном рынке — +1 балл.

За изменения ЗВР, которые приводят валютный рынок к прежнему равновесному курсу — +1 балл.

За указание на то, что конечное изменение денежной массы из-за изменения ЗВР компенсирует первоначальное и в итоге денежная масса возвращается к исходному уровню — +1 балл.

Важно отметить, что показать трилемму можно было и с помощью другой цепочки рассуждений (например, показать все то же самое при изменениях иностранной ставки процента), однако ключевым аспектом было использование в своих рассуждениях всех трех компонентов.

б) За верный ответ — +1 балл. Если была указана только одна составляющая, ответ оценивался в 0 баллов.

в) За аргумент про черный день с краткой аргументацией значимости происходящего события для ЦБ, таргетирующего инфляцию — +1 балл.

За описание эффекта переноса колебаний курса в инфляцию — +1 балл.

За обоснование значимости шоков курса для экономики стран-экспортеров — +1 балл.

За проведение ЦБ интервенций для поддержания инфляции в описанных условиях — +1 балл.

г) За то, что фискальная политика сонаправлена проводящейся монетарной политике — +1 балл.

За то, что ставка процента в результате фискальной политики компенсирует изменение ставки из-за монетарной политики — +1 балл.

За верно указанное ограничение фискальной политики — +1 балл.

Важно отметить, что фискальная политика должна именно дополнять монетарную политики, а не заменять её (иначе выбор желаемой инфляции остается за фискальными властями).

Задача 3. Сетевой эффект**(12 баллов)**

В городе N имеется 120 предприятий, которые взаимодействуют друг с другом в процессе работы. Местная IT-компания разработала систему электронного документооборота, которая ускорит все процессы в городской экономике. Данная система является уникальной и не имеет аналогов.

Чем больше предприятий используют систему, тем проще и быстрее будет коммуникация между ними. Поэтому готовность предприятия платить за систему электронного документооборота зависит не только от цены, но и от того, какое количество других предприятий также будут использовать эту систему: $v(i) = \frac{Q}{75}(120 - i)$, где i — номер предприятия (от 1 до 120), $v(i)$ — готовность предприятия i платить за программную лицензию, а Q — общее количество предприятий, которые пользуются системой (включая i -е). Предприятие i покупает лицензию по цене P , если и только если его потребительский излишек $v(i) - P$ неотрицателен. Средние издержки IT-компания на обслуживание одного предприятия, подключившегося к системе документооборота, равны 15 независимо от объема.

а) (5 баллов) Пусть $D(Q, P)$ — количество фирм, которые захотят купить лицензию по цене P , если каждая из них ожидает, что ровно Q фирм купят лицензию. Назовем количество фирм, купивших лицензию, *стабильным при цене P* , если $D(Q, P) = Q$. IT-компания может выбирать любые $P \geq 0$ и $Q \in \{0, 1, 2, \dots, 120\}$ при условии, что Q является стабильным при цене P . Определите, какие P и Q выберет IT-компания, максимизирующая прибыль.

б) (5 баллов) Допустим, государство хочет вмешаться в данный рынок, чтобы максимизировать общественное благосостояние. Государство может директивно назначить любые $P \geq 0$ и $Q \in \{0, 1, 2, \dots, 120\}$, такие, что Q является стабильным при цене P . Убытки IT-компания государство может при необходимости компенсировать из бюджета. Если государство безразлично между несколькими ценами, оно выбирает наименьшую из них. Определите оптимальные для государства P и Q . (Напомним, что общественное благосостояние равно сумме излишков всех потребителей и прибыли производителя за вычетом расходов государства, если они есть.)

в) (2 балла) Приведите содержательное экономическое объяснение того, почему оптимальная для общества цена в пункте б) больше (меньше, равна) MC . Этот пункт вы можете решить, не решая пункт б).

Решение

а) Данная ситуация характеризуется положительным сетевым (внешним) эффектом: выигрыш/полезность одного покупателя зависит от того, какое количество пользователей будет у товара. Чем больше пользователей, тем больше клиентская сеть и тем больше контактов может быть поддержано. В нашем случае чем больше предприятий приобретут систему электронного документооборота, тем быстрее будет между ними коммуникация и больше взаимная выгода.

Чтобы определить, какое количество фирм приобретут систему документооборота при ожидаемом количестве пользователей Q , необходимо найти «крайнюю фирму»

$i = x$, для которой выполняется следующее условие: $v(x) \geq P$, $v(x + 1) < P$. При этом ИТ-компания, максимизируя прибыль, при заданном Q будет назначать такую цену, при которой забирает весь потребительский излишек фирмы x , то есть $P = 120 - \frac{75P}{Q}$. В таком случае мы будем называть такую фирму x с нулевым потребительским излишком «безразличной фирмой».

Составляем функцию прибыли компании $\Pi(Q) = \frac{Q^2}{75}(120 - Q) - 15Q$, которая начинается в точке $(0,0)$ и имеет две точки экстремума: $Q_1 = 5$ и $Q_2 = 75$. Первый корень соответствует минимуму, а второй максимуму, поэтому оптимум ИТ-компания достигается при $Q = 75$ и $P = 45$. Соответствующий уровень прибыли равен 2250.

б) Общественное благосостояние состоит из суммарных выгод общества и общественных затрат на производство $ТС = 15Q$. Суммарные выгоды общества складываются из потребительских излишков CS и дохода ИТ-компания $TR = PQ$. В этом случае вне зависимости от того, получает компания прибыль или убыток при государственной цене, общественное благосостояние не меняется, т.к. компенсация убытков является всего лишь трансфертом от государства производителю.

Сумма потребительских излишков определяется как:

$$CS = \sum_{i=1}^Q (v(i) - P) = \frac{Q}{75}(120Q - \sum_{i=1}^Q i) - PQ.$$

Применяя формулу суммы арифметической прогрессии для определения функции общественного благосостояния, получаем:

$$SW = \left(\frac{Q}{75} \left(120Q - \frac{Q(Q+1)}{2} \right) - PQ \right) + PQ - 15Q = \frac{Q}{75} \left(120Q - \frac{Q(Q+1)}{2} \right) - 15Q.$$

Для определения точек экстремума необходимо найти производную функции благосостояния и проверить значения функции на концах интервала $[0, 120]$.

$$SW' = \frac{239Q}{75} - \frac{Q^2}{50} - 15 = 0$$

$$Q_1^0 = \frac{239}{3} - 75, \quad Q_2^0 = \frac{239}{3} + 75.$$

Первый корень соответствует минимуму, второй корень соответствует максимуму, но он не достижим, т.к. превышает объем выпуска 120 штук. Причем на интервале от Q_1^0 до 120 благосостояние возрастает, поэтому оптимум будет при объеме выпуска 120. При нулевом выпуске благосостояние равно нулю, $SW(0) = 0 > SW(Q_1^0)$.

Государство назначает цену $P = 0$ и размер сети составляет $Q = 120$.

в) $P^* < MC$ в силу наличия положительного внешнего эффекта, который приводит к несостоятельности рыночного механизма. Даже совершенная конкуренция не является оптимальной, т.к. производители при принятии решений не учитывают выигрыши общества от сетевого эффекта. Поэтому свободный рынок предоставляет недостаточное количество товара, то есть имеется недопроизводство. Государство должно увеличить выпуск до оптимального с помощью понижения цены и компенсации убытков производителей.

Схема проверки

а) За определение условий нахождения «безразличной фирмы» — 1 балл. Нахождение обратной функции спроса $P(Q)$ — 1 балл. Важно объяснить, почему

для «безразличной фирмы» потребительский излишек равен нулю.

Нахождение точек экстремума функции прибыли компании — 1 балл. Точки экстремума возможно найти, оптимизируя функцию прибыли, либо из условия равенства предельного дохода и предельных издержек IT-компании.

Отбор корней и определение точки максимума функции прибыли — 1 балл. Отбор корней можно проводить методом интервалов для функции прибыли, с помощью определения знака второй производной прибыли (она должна быть отрицательна в точке максимума) либо проверяя условие $P > MR(Q)$.

Определение оптимальной цены $P = 45$ и размера клиентской сети $Q = 75$ — 1 балл.

б) Запись функции общественного благосостояния в общем виде — 1 балл.

Запись функции общественного благосостояния в частном виде, используя сумму арифметической прогрессии — 1 балл. Важно правильно найти потребительский излишек.

Определение точек экстремума функции благосостояния — 1 балл.

Отбор точек экстремума и проверка концов интервала 0 и 120 — 1 балл.

Запись и обоснование верного ответа $P = 0$, $Q = 120$ — 1 балл.

в) В ответе обязательно обоснование наличия положительного внешнего эффекта и указание проблемы недопроизводства при $P = MC$ (то есть при совершенной конкуренции) — 1 балл.

Указание, что $P < MC$ — 1 балл.

Утверждение, что $P < MC$, без полного объяснения — 0 баллов за весь пункт.

Задача 4. Выбираем рыночную нишу (12 баллов)

На рынке жизненно необходимых виджетов есть две фирмы, — 1 и 2, а также очень большое число покупателей. Виджеты, выпускаемые разными фирмами, могут отличаться по качеству и цене. Полезность покупателя от покупки товара качества x по цене p задается уравнением $U = w \cdot x - p$, где w — готовность данного покупателя платить за единицу качества. У разных покупателей w разная, причем параметр w распределен среди населения равномерно на отрезке $[0; 1]$, то есть для любых w_1, w_2 таких, что $0 \leq w_1 \leq w_2 \leq 1$, доля людей, чья w лежит на отрезке $[w_1; w_2]$, равна $w_2 - w_1$. Например, доля людей, чья w находится на отрезке $[0,4; 0,7]$ равна 0, 3. Из всех виджетов, предложенных на рынке, покупатель выбирает тот, полезность от покупки которого наибольшая. Если покупатель не покупает ни один из виджетов, его полезность равна минус бесконечности. Общие издержки каждой из фирм равны $TC = xQ$, где x — качество товара данной фирмы, Q — количество проданных единиц. Качество товара может быть любым числом на отрезке $[0; 1]$.

Если качество товара уже выбрано, то его сложно изменить. Цены же можно переустанавливать свободно. Поэтому схема взаимодействия фирм выглядит следующим образом:

1. Сначала фирма 1 выбирает качество своего товара x_1 .
 2. Фирма 2 наблюдает x_1 и затем выбирает качество своего товара x_2 . После этого шага качества товаров изменить нельзя. Первые два шага можно интерпретировать как выбор каждой из фирм своей *рыночной ниши*.
 3. Затем обе фирмы, зная x_1 и x_2 , одновременно и независимо выбирают цены p_1 и p_2 . Цены, выбираемые на данном этапе, образуют *равновесие*, то есть цена p_1 должна быть оптимальна для фирмы 1 при фиксированных p_2, x_1, x_2 , и наоборот, цена p_2 должна быть оптимальна для фирмы 2 при фиксированных p_1, x_1, x_2 .
- а) (1 балл) Если $p_1 < p_2$, а $x_1 < x_2$, какая доля потребителей купит товар первой фирмы (как функция от x_1, x_2, p_1, p_2)?
- б) (11 баллов) Найдите качества товаров x_1, x_2 и цены p_1, p_2 , которые выберут фирмы.

Решение

а) Если $x_1 < x_2$ и $p_1 < p_2$, то товар более низкого качества купят те потребители, чей параметр w удовлетворяет неравенству $wx_1 - p_1 > wx_2 - p_2$, т.е. $w < \bar{w}$, где $\bar{w} = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1}$. Спрос Q_1 на товар первой фирмы равен количеству (массе) тех потребителей, для которых выполняется это неравенство: $Q_1 = \min\{\bar{w}, 1\}$.

б) Игра между фирмами состоит из трёх последовательных стадий: выбор первой фирмой x_1 , выбор второй фирмой x_2 и одновременный выбор фирмами p_1 и p_2 . В соответствии с алгоритмом обратной индукции будем анализировать эту игру, начиная с третьей стадии — выбора p_1 и p_2 .

Предположим сначала, что, как и в пункте а), $x_1 < x_2$. Тогда при заданной цене p_2 первой фирме выгодно выбрать $p_1 < p_2$, иначе её прибыль будет равна нулю. Также должно выполняться неравенство $p_2 - p_1 \leq x_2 - x_1$, иначе первая фирма захватывает

весь рынок и предлагает слишком низкую цену, которую можно было бы повысить, не теряя контроля над всем рынком, и тем самым увеличить прибыль. Таким образом, $p_2 - x_2 + x_1 \leq p_1 < p_2$, и тогда прибыль первой фирмы составляет

$$\pi_1 = \bar{w}(p_1 - x_1) = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1}(p_1 - x_1).$$

Эту функцию надо максимизировать по p_1 при $p_2 - x_2 + x_1 \leq p_1 < p_2$. Это парабола ветвями вниз, поэтому решение будет в вершине параболы $p_1 = \frac{p_2 + x_1}{2}$, если последняя расположена правее, чем левая граница допустимого промежутка $p_2 - x_2 + x_1$. Получаем кривую реакции первой фирмы:

$$\hat{p}_1(p_2) = \max \left\{ \frac{p_2 + x_1}{2}, p_2 - x_2 + x_1 \right\}.$$

Следуя аналогичной логике, строим кривую реакции второй фирмы: она выбирает p_2 так, чтобы максимизировать свою прибыль

$$\pi_2 = (1 - \bar{w})(p_2 - x_2) = \left(1 - \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} \right) (p_2 - x_2)$$

при ограничениях $p_1 + x_2 - x_1 < p_2 \leq p_1$. Кривая реакции второй фирмы:

$$\hat{p}_2(p_1) = \max \left\{ \frac{2x_2 + p_1 - x_1}{2}, p_1 \right\}.$$

Приведённые выше уравнения кривых реакции верны при $p_1 \geq x_1$ и $p_2 \geq x_1$, иначе одна из фирм получила бы отрицательную прибыль, чего не может быть при рациональном поведении.

Равновесие в третьей стадии игры — точка пересечения кривых реакции:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{x_1 + 2x_2}{3} \\ p_2 = \frac{4x_2 - x_1}{3} \end{cases}.$$

Следовательно, доли рынка, контролируемые первой и второй фирмой, будут, соответственно, $Q_1 = \frac{2}{3}$ и $Q_2 = \frac{1}{3}$.

Теперь следует заметить, что предположение пункт а) не обязательно выполняется в пункте б). В частности, может быть $x_2 < x_1$, и тогда равновесие третьей стадии вычисляется по тем же формулам, с заменой местами индексов 1 и 2:

$$x_2 < x_1 \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{4x_1 - x_2}{3} \\ p_2 = \frac{x_2 + 2x_1}{3} \end{cases}.$$

Доли рынка, контролируемые первой и второй фирмой, будут, соответственно, $Q_1 = \frac{1}{3}$ и $Q_2 = \frac{2}{3}$. Таким образом, мы установили интересный факт: фирма с более низким качеством всегда получит $\frac{2}{3}$ рынка независимо от конкретных значений качеств!

Наконец, возможно и такое, что $x_2 = x_1$. В этом случае обе фирмы в равновесии назначают цены $p_1 = p_2 = x_1 = x_2$, дающие им нулевую прибыль. Иначе, если бы прибыль одной из фирм была положительной, например, $p_1 > x_1$, то другая фирма назначила бы цену чуть меньше ($p_2 = p_1 - \varepsilon$ при малом $\varepsilon > 0$) и увеличила бы свою прибыль, получив полный контроль над рынком. Это та же ситуация, что возникает в модели Бертрана.

Теперь будем анализировать вторую стадию игры: выбор второй фирмой $x_2 \in [0; 1]$ при фиксированном $x_1 \in [0; 1]$. Вторая фирма должна решить, занять нишу выше конкурента ($x_2 > x_1$), ту же ($x_2 = x_1$) или ниже ($x_1 < x_2$). Подставим в формулу прибыли второй фирмы вычисленные выше значения p_1 и p_2 для всех трёх рассмотренных случаев:

$$\pi_2(x_2) = \begin{cases} \frac{1}{3}(p_2 - x_2) = \frac{1}{3}(x_2 - x_1), & \text{если } x_1 < x_2, \\ \frac{2}{3}(p_2 - x_2) = \frac{4}{3}(x_1 - x_2), & \text{если } x_2 < x_1, \\ 0, & \text{если } x_2 = x_1. \end{cases}$$

Эта кусочно-линейная функция имеет V-образный график зависимости от x_2 , т. е. достигает максимума по $x_2 \in [0; 1]$ в одной из крайних точек отрезка $[0; 1]$. Подставляя $x_2 = 0$ и $x_2 = 1$ и сравнивая π_2 при этих значениях x_2 , получаем оптимальный выбор второй фирмой x_2 в зависимости от x_1 :

$$\hat{x}_2(x_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_1 < \frac{1}{5}, \\ 0, & \text{если } x_1 > \frac{1}{5}, \\ 0 \text{ или } 1, & \text{если } x_1 = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Наконец, переходим к анализу первой стадии игры – выбора первой фирмой оптимального $x_1 \in [0; 1]$. Подставим в формулу прибыли первой фирмы вычисленные выше значения p_1 , p_2 и x_2 :

$$\pi_1 = \begin{cases} \frac{2}{3} \left(\frac{x_1 + 2x_2}{3} - x_1 \right) = \frac{4}{9}(1 - x_1), & \text{если } x_1 < \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{3} \left(\frac{4x_1 - x_2}{3} - x_1 \right) = \frac{1}{9}x_1, & \text{если } x_1 > \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{45} \text{ или } \frac{16}{45}, & \text{если } x_1 = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Максимум этой функции по $x_1 \in [0; 1]$ достигается при $x_1 = 0$. Таким образом, ответ на пункт б) такой: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $p_1 = \frac{2}{3}$, $p_2 = \frac{4}{3}$.

Примечания:

- В данной модели мы наблюдаем значительные «силы отталкивания» между фирмами: каково бы ни было x_1 , вторая фирма захочет быть в одной из дальних от x_1 точек. Это происходит потому, что одинаковое качество приводит к серьезной ценовой войне по Бертрану между фирмами и сводит прибыль на нет. И наоборот, максимально разные качества позволяют сегментировать рынок и тем самым смягчить ценовую конкуренцию.
- В обобщении данной модели первая фирма (лидер) не всегда будет выбирать более низкое качество. Если средние издержки равны не x , а cx , где $c < \frac{\sqrt{7}-1}{2}$, лидер выберет высокое качество $x_1 = 1$, а последователь низкое качество $x_2 = 0$.
- Одновременное равновесие в ценах, предполагаемое в данной модели, можно интерпретировать как результат процесса подстройки, когда любая фирма, чья цена не оптимальна при наблюдаемых качествах и цене конкурента, меняет цену в сторону оптимальной. По ценам такая подстройка может быть достаточно быстрой. По качествам же подобный процесс подстройки затруднен, так как качество товара изменить сложнее. Поэтому выбор качеств моделируется как последовательный, а не одновременный.

Схема проверки

В пункте а) 1 балл ставился за ответ $Q_1 = \bar{w} = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1}$, даже если не указано, что на самом деле $Q_1 = \min\{\bar{w}, 1\}$. За ошибочный ответ $Q_1 = 1 - \bar{w}$ ставилось 0 баллов.

В пункте б) три балла ставились за нахождение равновесия для третьей стадии игры: (p_1, p_2) как функции от x_1, x_2 (если строились кривые реакции, то по одному баллу за «главную» секцию каждой из них и один балл за нахождение пересечения).

Один балл ставился за проверку того, что в равновесии третьей стадии не может быть краевого решения, в котором одна из фирм контролировала бы весь рынок. Не обязательно для этого строить полностью обе кривые реакции, состоящие из двух секций, достаточно рассуждения, что в таком равновесии одна из фирм получала бы нулевую прибыль и вследствие этого имела бы стимул отклониться.

Один балл ставился за указание того, что может быть $x_2 < x_1$, и тогда равновесие третьей стадии вычисляется по тем же формулам, что и для случая $x_1 < x_2$, но с заменой местами индексов 1 и 2.

Один балл ставился за проверку того, что в равновесии не может быть $x_2 = x_1$. Годится такая аргументация: поскольку вторая фирма получает нулевую прибыль, она не будет устанавливать $x_2 = x_1$ на второй стадии игры.

Три балла ставились за нахождение $\hat{x}_2(x_1)$ для второй стадии игры: по одному баллу за каждый из участков кусочно-линейной функции π_2 и один балл за нахождение оптимального x_2 .

Два балла ставились за нахождение оптимального x_1 для первой стадии игры: один балл за нахождение функции π_1 (или её части, достаточной для получения оптимума) и один балл за нахождение оптимума в задаче максимизации этой функции.

Если правильный ответ на пункт б) получен при предположениях пункта а), без

рассмотрения случаев $x_2 < x_1$ и $x_2 = x_1$, то из шести последних баллов начисляется только один — за нахождение $\hat{x}_2(x_1)$ для второй стадии игры при $x_1 < x_2$. Все остальные баллы, в том числе, последний, за получение правильного ответа, основываются на правильно вычисленных кусочно-линейных функциях прибыли, поэтому не могут быть начислены.

За арифметическую ошибку, не влияющую существенно на дальнейший ход решения и экономический смысл результатов, из оценки вычитался один балл.

К оценке мог быть добавлен один балл, если был явно сформулирован детальный план правильного решения, пусть и не реализованный корректно.