

**Задача 1.7.1. Бег по кругу (10 баллов).** С линии старта одновременно в одну сторону по круговой дорожке стадиона побежали два спортсмена  $A$  и  $B$ . Бегун  $A$  первую половину каждого круга бежал со скоростью  $2v$ , а вторую – со скоростью  $v$ . Бегун  $B$  первую половину времени, затраченного на прохождение круга, бежал со скоростью  $v$ , а вторую – со скоростью  $2v$ . Известно, что бегун  $A$  пробежал полный круг за  $T_A = 90$  с.

Через какое время  $t$  один спортсмен догнал другого первый раз после старта?

Через какое время  $T$  один из бегунов обогнал другого ровно на один круг?

**Возможное решение (А. Аполонский).** Пусть  $S$  – длина одного круга на стадионе. На преодоление первой половины круга бегун  $A$  затратил время

$$t_{A.1} = \frac{S/2}{2v} = \frac{1}{4} \frac{S}{v}.$$

Вторую половину круга он пробежал за

$$t_{A.2} = \frac{S/2}{v} = \frac{1}{2} \frac{S}{v}.$$

На преодоление всего круга ему потребовалось  $T_A = t_{A.1} + t_{A.2} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \frac{S}{v} = \frac{3}{4} \frac{S}{v} = 90$  с.

Отсюда  $S/v = 120$  с;  $t_{A.1} = 30$  с;  $t_{A.2} = 60$  с.

Пусть бегун  $B$  пробежал круг за время  $T_B$ . Длина первого участка, который он пробежал за время  $T_B/2$ , равна  $S_{B.1} = v \cdot \frac{T_B}{2}$ . Длина второго участка  $S_{B.2} = 2v \cdot \frac{T_B}{2} = vT_B$ .

Поскольку  $S = S_{B.1} + S_{B.2} = \frac{3}{2} vT_B$ , то  $T_B = \frac{2}{3} \frac{S}{v} = 80$  с.

Бегун  $B$  пробежал первый круг быстрее бегуна  $A$  на  $\Delta t = T_A - T_B = 10$  с. Так как скорости спортсменов отличаются в 2 раза, первая встреча бегунов произойдёт через время  $t = T_B - \Delta t_1 = 70$  с.

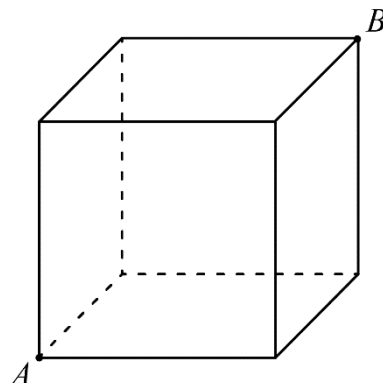
Пусть бегуны поравнялись на линии старта после того, как спортсмен  $A$  пробежал  $N$  кругов. Бегун  $B$  пробежал на круг больше:  $NT_A = (N+1)T_B$  или  $N \frac{3}{4} \frac{S}{v} = (N+1) \frac{2}{3} \frac{S}{v}$ .

Отсюда находим  $N = 8$ . Это случится через время  $T = NT_A = 8 \cdot 90$  с = 720 с.

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

№	Задача 1.7.1. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Найдено отношения $S / v = 120$ с	2
2	Найдено время $T_B = 80$ с за которое бегун $B$ пробежал полный круг	2
3	Найдено время $\Delta t = 10$ с на которое бегун $B$ опережал бегуна $A$ за 1 круг	1
4	Найдено время $t = 70$ с до первой встречи	2
5	Записано уравнение относительно $N$	1
6	Найдено число $N$ полных кругов, которые пробежал $A$ до встречи с $B$	1
7	Найдено время $T$ до этой встречи: $T = NT_A = 720$ с	1

**Задача 1.7.2. Как ни крути (10 баллов).** Муравей направился из вершины  $A$  куба, стоящего на горизонтальной поверхности, к вершине  $B$  (см. рис), перемещаясь только по рёбрам этого куба, причем движение по горизонтальным и вертикальным рёбрам обязательно чередовались, и он не побывал ни в какой вершине дважды. Скорость перемещения муравья по вертикальным ребрам вверх была равна  $v$ , вниз –  $3v$ , а по горизонтальным – он двигался с одинаковой скоростью.

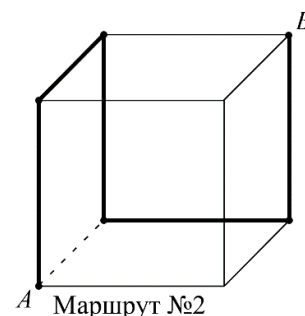
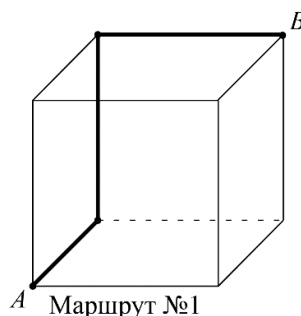


Определите скорость муравья по горизонтальным рёбрам, если средняя скорость его движения от  $A$  к  $B$  не зависела от маршрута?

**Возможное решение (Д. Подлесный).** Возможны два варианта движения муравья с соблюдением ограничений, описанных в условии (см. рис.).

Пусть искомая скорость превышает скорость  $v$  в  $k$  раз, т. е. равна  $kv$ , а длина ребра куба равна  $a$ .

Время движения по маршруту №1:



$$t_1 = \frac{a}{kv} + \frac{a}{v} + \frac{a}{kv} = \frac{k+2}{k} \frac{a}{v},$$

а средняя скорость:

$$v_1 = \frac{3a}{t_1} = \frac{3k}{k+2} v.$$

Аналогично, время движения и средняя скорость на маршруте №2:

$$t_2 = \frac{a}{v} + \frac{a}{kv} + \frac{a}{3v} + \frac{a}{kv} + \frac{a}{v} = \frac{7k+6}{3k} \frac{a}{v},$$

$$v_2 = \frac{5a}{t_2} = \frac{15k}{7k+6} v.$$

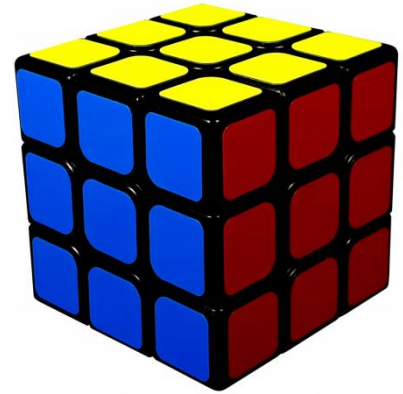
Поскольку по условию задачи  $v_1 = v_2$ , приходим к уравнению:  $\frac{3k}{k+2} = \frac{15k}{7k+6}$ , решая которое,

находим  $k = 2$ . По горизонтальным рёбрам муравей перемещается со скоростью  $2v$ .

№	Задача 1.7.2. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Указано, что может быть два варианта движения муравья	2
2	Найдена средняя скорость $v_1$ для маршрута из трёх участков	2
3	Найдена средняя скорость $v_2$ для маршрута из пяти участков	2
4	Записано уравнение, учитывающее равенство $v_1 = v_2$ ,	2
5	Найдена скорость перемещения муравья по горизонтальному участку	2

Примечание: необоснованный ответ  $2v$  не оценивается.

**Задача 1.7.3. Кубик Рубика (10 баллов).** Кубик Рубика с ребром  $a$  не имеет пустот и сложен из одинаковых кубиков плотностью  $\rho_1$  с ребром  $a/3$ . Если все мелкие кубики, не видимые на рисунке, заменить на другие, такие же по размеру, но с плотностью  $\rho_2$ , то средняя плотность кубика Рубика увеличится в  $n = 3$  раза. Чему равно отношение плотностей  $\rho_2 / \rho_1$ ?



**Возможное решение (С. Кармазин).** На рисунке видно 19 из 27 мелких кубиков. Мы не видим 8 маленьких кубиков, один из которых находится в центре большого кубика. Средняя плотность кубика Рубика вначале равна

$$\rho_{cp.1} = \rho_1, \quad (1)$$

так как все мелкие кубики в этом случае одинаковые.

Во втором случае средняя плотность большого Кубика:

$$\rho_{cp.2} = \frac{\frac{V}{27}19\rho_1 + \frac{V}{27}8\rho_2}{V} = \frac{19\rho_1 + 8\rho_2}{27}, \quad (2)$$

где  $V$  – объем кубика Рубика.

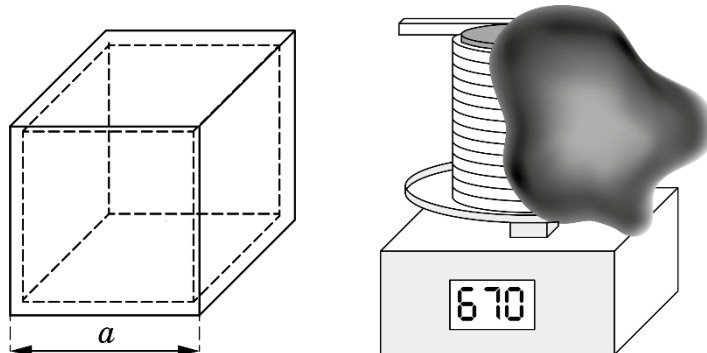
$$\text{По условию } \rho_{cp.2} / \rho_{cp.1} = 3. \quad (3)$$

Из (1) – (3) находим  $k = \rho_2 / \rho_1 = 7,75$ .

№	Задача 1.7.3. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Указано, что видно 19 и не видно 8 кубиков	2
2	Указано, что $\rho_{cp.1} = \rho_1$	1
3	Получено выражение (2) для $\rho_{cp.2}$ через $\rho_1$ и $\rho_2$	4
4	Получено значение $k$	3

**Примечание:** Если неправильно указано количество видимых и невидимых кубиков но расчет отношения плотностей проведен верно, задача оценивается максимум в 4 балла.

**Задача 1.7.4. 3D принтер (20 баллов).** На 3D принтере идет печать полового кубика с внешней стороной  $a = 10$  см. Катушка с пластиковым прутом квадратного сечения стоит на весах. Показания  $m$  весов с начала и до окончания печати вместе с длиной  $L$  прутка, оставшегося на катушке, заносятся в таблицу.



$m$ , г	670	600	575	490	455	380	310
$L$ , м	125	110	98	80	68	55	35

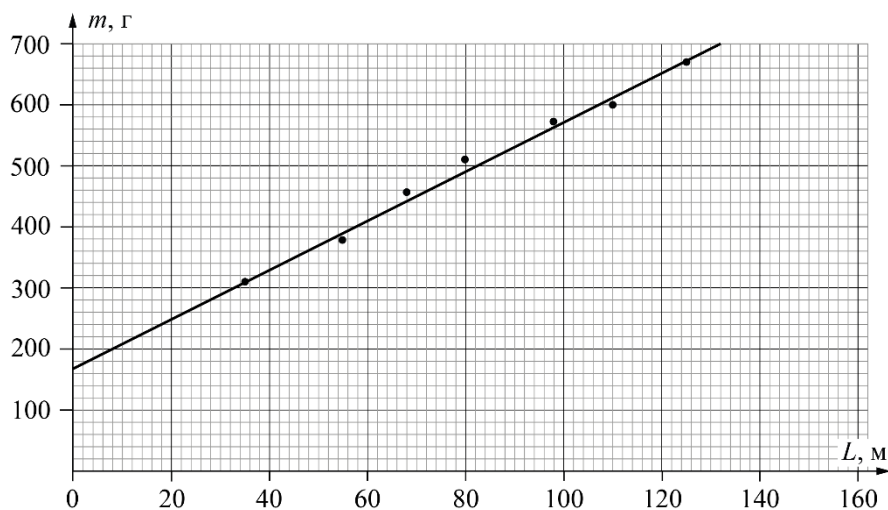
Определите:

- 1) массу  $m_0$  пустой катушки;
- 2) линейную плотность  $\lambda$  прутка (массу одного метра);
- 3) плотность  $\rho$  материала прутка;
- 4) объем полости  $V$  в получившемся кубике.

**Примечание:** На рисунке ТОЛЬКО пруток изображен в масштабе 1:1, а размер кубика и весов даны условно. Для измерения необходимых размеров прутка можно использовать свою линейку или миллиметровую бумагу.

**Возможное решение (А. Вергунов, Д. Логинов).**

По таблице построим график зависимости показаний весов от длины оставшегося прутка.



Экстраполируя линейную зависимость до пересечения с осью ординат, получим массу пустой катушки  $m_0 \approx 170$  г.

По мере изменения показаний весов при раскручивании катушки (по угловому коэффициенту наклона графика) найдем линейную плотность прутка:

$$\lambda = \frac{(650 - 250) \text{ г}}{(120 - 20) \text{ м}} = 4,0 \text{ г/м}.$$

С помощью метода рядов (проводя измерения не менее чем для 10 витков) определим толщину прутка:  $d = 1,5$  мм.

Таким образом, поперечное сечение прутка равно  $s = 2,25 \text{ мм}^2$ , а объемная плотность пластика  $\rho = \lambda / s \approx 1,78 \text{ г/см}^3 = 1,78 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Длина прутка, израсходованного на печать кубика, равна  $L_1 = 125 \text{ м} - 35 \text{ м} = 90 \text{ м}$ .

Следовательно, суммарный объем стенок составляет:

$$V_1 = sL_1 = 2,25 \cdot 10^{-2} \cdot 9\,000 \text{ (см}^3\text{)} = 202,5 \text{ см}^3;$$

$$\text{а объем полости } V = a^3 - V_1 = 10^3 - 202,5 \approx 797 \text{ см}^3.$$

№	Задача 1.7.4. Критерии оценивания (20 баллов)	Баллы
1	Построен график $m(L)$	4
	Подписаны оси и указаны единицы измерения	1 балл
	Выбран разумный масштаб координатных осей	1 балл
	Нанесены все экспериментальные точки	1 балл
	Проведена прямая (не ломаная!)	1 балл
2	Из графика получена масса пустой катушки $m_0 \approx 170$ г	2
3	По угловому коэффициенту наклона графика найдена $\lambda$	3
4	С помощью метода рядов определена толщина прутка	3
	За измерение толщины только одного витка баллы за п. 4 не ставить	
5	Найдена объемная плотность пластика $\rho$	2
6	Из таблицы определена длина прутка, израсходованного на печать кубика	2
7	Найден объем пластика, пошедшего на печать стенок кубика	2
8	Найден объем полости кубика	2

Примечание: Без графика учитываются только пункты 4 – 8 критериев оценивания.