

5 класс, решения

За верный ответ к каждой задаче дается 1 балл

**Задача 1.** Бумажный прямоугольник  $3 \times 7$  разрезали на квадратики  $1 \times 1$ . Каждый квадратик, за исключением тех, что стояли в углах прямоугольника, разрезали по обеим диагоналям. Сколько получилось маленьких треугольников?

*Ответ:* 68.

*Решение.* Заметим, что всего квадратиков, которые разрезали по диагоналям  $3 \cdot 7 - 4 = 17$ . При этом каждый из них разрезан на 4 маленьких треугольника. Получается, всего будет  $4 \cdot 17 = 68$  маленьких треугольников.  $\square$

**Задача 2.** Алла загадала трёхзначное число, в котором нет цифры 0, и все цифры различны. Белла записала число, в котором те же цифры идут в обратном порядке. Галя вычла из большего числа меньшее. Какая цифра стоит у полученной разности в разряде десятков?

*Ответ:* 9

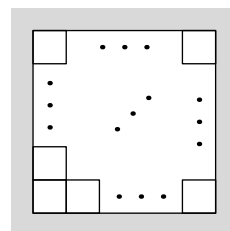
*Решение.* Поскольку мы из большего числа вычитаем меньшее, цифра в разряде сотен у первого числа больше, чем у второго. Тогда в разряде единиц, наоборот, у первого числа цифра меньше, чем у второго. Поэтому при вычитании придётся занять единицу в разряде десятков. Исходно в разряде десятков стояли одинаковые цифры, но теперь у уменьшаемого цифра получилась на единицу меньше, чем у вычитаемого. Значит, придётся занять единицу в разряде сотен. При этом в разряде десятков уменьшаемое оказывается на 9 больше вычитаемого. Значит, в результате получится цифра 9.  $\square$

**Задача 3.** У Маши есть 4 куса пластилина красного цвета, 3 куса пластилина синего цвета и 5 кусков пластилина жёлтого цвета. Сначала она разделила пополам каждый не красный кусок пластилина, а затем разделила пополам каждый не жёлтый кусок пластилина. Сколько кусков пластилина получила Маша?

*Ответ:* 30 кусков пластилина.

*Решение.* После первого действия Маши удваивается число синих и жёлтых кусков пластилина. Их становится 6 и 10 соответственно. После второго действия Маши удваивается число красных и синих кусков пластилина. Их становится 8 и 12 соответственно. Тогда всего кусков пластилина  $8 + 12 + 10 = 30$ .  $\square$

**Задача 4.** Квадратную площадку замостили квадратной плиткой (все плитки одинаковые). К четырём сторонам площадки примыкает в общей сложности 20 плиток. Сколько всего плиток использовалось?



*Ответ:* 36 плиток.

*Решение.* Назовём плитки, примыкающие к верхней стороне площадки, «верхними». Аналогично определим «правые», «левые» и «нижние» плитки. Заметим, что если сложить число верхних плиток, число нижних плиток, число правых плиток и число левых плиток, то мы угловые плитки посчитаем по два раза, поэтому результат получится на 4 больше, чем общее число граничных плиток, т. е. мы получим  $20 + 4 = 24$ . Тогда к одной стороне квадрата примыкает  $24 : 4 = 6$  плиток. Тогда общее число плиток равно  $6 \cdot 6 = 36$ .  $\square$

**Задача 5.** Мерлин решил взвесить короля Артура на заколдованных весах, которые всегда ошибаются на один и тот же вес в одну и ту же сторону. Когда Мерлин взвесил Артура, они показали вес 19 стоунов. Затем Мерлин взвесил королевского коня и получил вес 101 стоун. Наконец, Мерлин взвесил Артура на коне, и весы показали 114 стоунов. Сколько стоунов весит король Артур на самом деле?

*Ответ:* 13 стоунов.

*Решение.* Заметим, что если сложить 19 стоунов и 101 стоун, мы получим суммарный вес Артура и коня, к которому дважды добавили (или вычли) ошибку весов. При этом 114 стоуна — суммарный вес Артура и коня, к которому ошибку весов добавили лишь один раз. Тогда ошибка весов равна  $19 + 101 - 114 = 6$ . Значит, король Артур весит  $19 - 6 = 13$  стоунов.  $\square$

**Задача 6.** У Петра есть 5 клеток с кроликами (клетки стоят в один ряд). Известно, что в каждой клетке сидит хотя бы один кролик. Будем называть двух кроликов *соседями*, если они сидят либо в одной клетке, либо в соседних. Оказалось, что у каждого кролика есть либо 3, либо 7 соседей. Сколько кроликов сидит в центральной клетке?

*Ответ:* 4 кролика.

*Решение.* Пронумеруем клетки слева направо от 1 до 5.

Заметим, что соседями кролика из первой клетки являются все кролики, живущие в первых двух клетках. А соседями кролика из второй клетки являются все кролики, живущие в первых трёх клетках. Третья клетка не может быть пустой, поэтому у кролика из второй клетки соседей больше, чем у кролика из первой клетки. Значит, у кролика из первой клетки трое соседей, а у кролика из второй — семеро. Но разность между числом соседей кролика из второй клетки и числом соседей кролика из первой клетки равна числу кроликов в центральной клетке. Значит, в центральной клетке живёт  $7 - 3 = 4$  кролика.

Такая рассадка кроликов существует. Достаточно посадить в первую, вторую, четвёртую и пятую клетки по 2 кролика, а в третью клетку — 4 кролика.  $\square$

**Задача 7.** В очереди в школьную столовую стоят 16 школьников так, что мальчики и девочки среди них чередуются. (Первым стоит мальчик, за ним — девочка, за ней — снова мальчик и так далее.) Любой мальчик, за которым в очереди стоит девочка, может поменяться с ней местами. Через некоторое время оказалось, что все девочки стоят в начале очереди, а все мальчики — в конце. Сколько обменов было совершено?

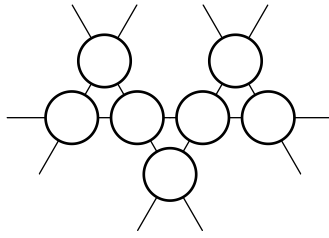
*Ответ:* 36 обменов.

*Решение.* Заметим, что в конечном итоге каждый мальчик совершит по одному обмену с каждой девочкой, которая стоит в очереди после него. Т. е. первый мальчик совершит 8 обменов, второй — 7, третий — 6, и т. д. Тогда общее число обменов равно

$$8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36.$$

Нетрудно понять, что если каждый мальчик будет стремиться уступить место следующей за ним девочке, то рано или поздно все девочки окажутся в начале очереди. И вправду, предположим, что в какой-то момент никакой мальчик не может уступить место, но ещё не все девочки стоят в начале очереди. Тогда есть девочка, которая стоит среди мальчиков. Тогда есть мальчик, который может уступить ей очередь. Противоречие.  $\square$

**Задача 8.** Серёжа расставил в кружочках числа от 1 до 8 так, что каждое из чисел, кроме одного, использовано ровно по одному разу. Оказалось, что суммы чисел на каждой из пяти линий равны. Какое число Серёжа не использовал?



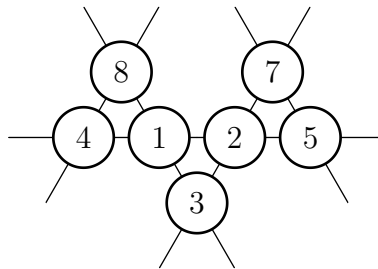
*Ответ:* 6.

*Решение.* Заметим, что каждое число содержится ровно в двух линиях. Поэтому удвоенная сумма всех использованных чисел в пять раз больше, чем сумма чисел на одной линии. Значит, сумма всех чисел делится на 5.

Заметим, что  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$ . Поэтому, чтобы сумма использованных чисел делилась на 5, Серёжа должен отказаться от использования единицы или шестерки.

Если Серёжа не будет использовать единицу, то сумма чисел в каждом ряду будет равна  $(2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) \cdot 2 : 5 = 14$ . Но у нас есть два ряда, содержащие по два числа, а 14 можно представить в виде суммы двух рассматриваемых цифр лишь одним способом:  $14 = 6 + 8$ .

Значит, Серёжа не использует цифру 6. Например, он может справиться с поставленной задачей следующим образом:



□