# XXV Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

# Волгоград, 2018 г.

---

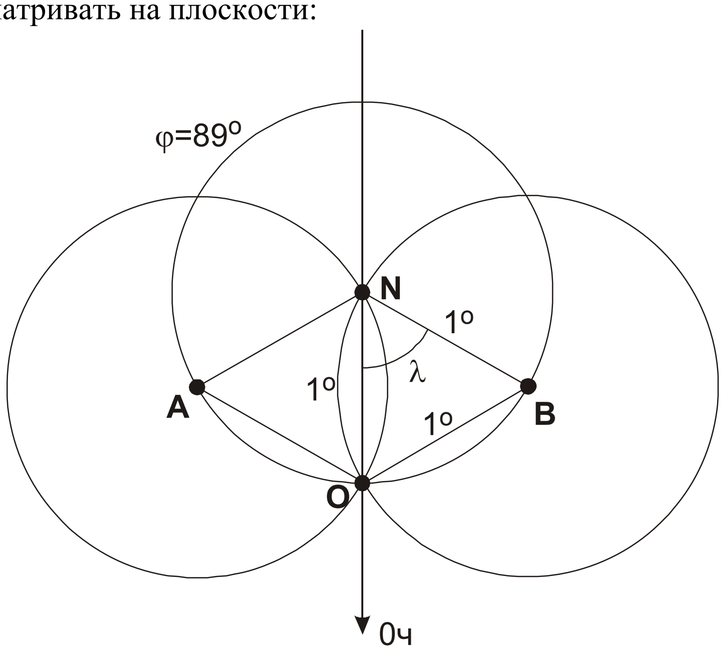
# Теоретический тур

## IX.1 ПРИПОЛЯРНАЯ ЗВЕЗДА

*О.С. Угольников*

**Условие.** В 0ч Всемирного времени 20 марта некоторый далекий объект оказывается на высоте 89° над горизонтом при наблюдении с Северного полюса и с точки с координатами 89° с.ш., 0° д. Определите экваториальные координаты объекта. Уравнением времени пренебречь.

**Решение.** Если далекий объект виден в какой-то точке Земли на высоте 89° – это значит, что данная точка отстоит на 1° по поверхности Земли от места, где объект наблюдается в зените. Обе точки, о которых идет речь в условии, и точка, где объект наблюдается в зените, расположены в пределах 1° друг от друга, и соответствующий участок поверхности Земли вполне можно рассматривать на плоскости:




На рисунке буквой **N** обозначен северный полюс, буквой **O** – точка с координатами 89° с.ш., 0° д. Они удалены друг от друга на 1°. На то же расстояние от каждой из них должна быть удалена точка, где объект наблюдается в зените. Мы видим, что таких точек две – **A** и **B**, каждая из них образует с точками **N** и **O** равносторонний треугольник. Очевидно, что широта обеих точек составляет 89°, и эта же величина равна склонению объекта, коль скоро он виден в зените. Долгота $\lambda$ есть угол между направлениями на точку B(A) и нулевым меридианом, она равна ±60° или ±4 часа.

Учтем далее, что 20 марта в 0ч по Всемирному времени (или в 0ч по местному времени на нулевом меридиане) звездное время равно 12 часам. Следовательно, в точках **B** и **A** звездное время будет равно 12±4 часа, то есть 16 часов и 8 часов соответственно. Звездное время есть прямое восхождение светил, проходящих верхнюю кульминацию и, в частности, расположенных в зените. Итак, условию задачи удовлетворяют два светила. Координаты первого: $\alpha$=8ч, $\delta$=+89° (в зените в точке **A**), координаты второго: $\alpha$=16ч, $\delta$=+89° (в зените в точке **B**).

**Система оценивания (от одного члена жюри).** Первый этап решения задания заключается в формулировке условия наблюдения звезды на высоте 89° в указанных пунктах. Оно может быть сделано в виде схемы в проекции на поверхность Земли или на небесную сферу вблизи зенита на широте 89°, возможна также текстовая формулировка. Данный этап оценивается в 2 балла. Следующие 2 балла выставляются за указание, что таких точек (и таких объектов на небе) сразу два. Еще по 2 балла выставляется за правильное вычисление координат объектов, причем необходимо одновременное указание как правильного прямого восхождения, так и правильного склонения звезд, иначе соответствующий этап не засчитывается.

Таким образом, если участник олимпиады находит только одно из решений, не указав на существование второго, он получает 2 балла за первый этап и 2 балла за координаты одного объекта. Его суммарная оценка не превышает 4 баллов.

В случае ошибочного решения, при котором объект в точке (89°, 0°) находится в кульминации – на меридиане (такое возможно при малом расстоянии до объекта, но это противоречит условию задания) и вероятном ответе – $\alpha$=12ч, $\delta$=+89.5°, общая оценка не может превышать 1 балл.

# IX.2 АРЕС В ГОСТЯХ У АНТАРЕСА

*А.Н. Акиньщиков*

**Условие.** 22 мая 2016 года Марс прошел точку противостояния с Солнцем в созвездии Скорпиона. В этот момент он был примерно на середине своего пути через это созвездие. Считая, что Марс движется в плоскости эклиптики, оцените, когда наступит следующее противостояние Марса, при котором он вновь окажется в созвездии Скорпиона. Известно, что Солнце находится в Скорпионе 7 дней в году.

**Решение.** То, что Солнце находится в Скорпионе 7 дней в году, означает, что длина дуги эклиптики, проходящая через это созвездие, составляет примерно 7°. То есть, будущее противостояние Марса, о котором идет речь, должно наступить в точке неба, удаленной не более, чем на 3.5° (0.01 от полного круга) от положения в противостоянии в 2016 году.

При решении задачи мы, вообще говоря, должны учитывать эксцентриситет орбиты Марса. Он приводит к тому, что синодический период этой планеты не является величиной постоянной. Например, противостояния 2018 и 2020 годов будет разделять не 780, а целых 809 дней. Однако, нас будут интересовать противостояния вблизи одного положения Марса на орбите примерно в 90° от точки перигелия. Во время противостояния 2016 года Марс располагался как раз на своем среднем расстоянии от Солнца – 1.52 а.е. Его угловая скорость вращения в этот момент также была близка к среднему значению. Поэтому при решении задачи мы будем считать орбитальное вращение Марса равномерным, а синодический период - постоянным.

Средний синодический период Марса составляет 780 дней или 2.135 года. Каждое следующее противостояние происходит через 1.5-2.5 месяца после предыдущего. Через 7-8 синодических периодов, составляющих 15 или 17 лет, противостояния Марса вернутся примерно на те же календарные сезоны и будут происходить в тех же областях неба. Но если мы рассчитаем точную длительность 7 и 8 синодических периодов, мы получим 14.945 и 17.080 лет. Помня о нашем упрощении (постоянство синодического периода), мы получаем, что соответствующие противостояния произойдут в 0.055 и 0.080 доли окружности от точки изначального противостояния. Это соответствует угловым расстояниям $\Delta l$ в 19.8° и 28.8° к западу и востоку, что существенно больше половины дуги пути Солнца через созвездие Скорпиона. Поэтому через 15 и 17 лет, в 2031 и 2033 годах, противостояния Марса случатся в других созвездиях.

Чтобы облегчить решение задачи, будем проверять не все возможные значения количества синодических периодов, а числа $N=7p+8q$, где $p$ и $q$ – целые числа, отличающиеся не более, чем на единицу. Для таких N мы будем вычислять соответствующую величину времени в годах. Результаты занесем в таблицу:

| $p$ | $q$ | $N$ | T, годы | $\Delta l$, часть окружности | $\Delta l$,° |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 7 | 14.945 | 0.055 | 19.8 |
| 0 | 1 | 8 | 17.080 | 0.080 | 28.8 |
| 1 | 1 | 15 | 32.025 | 0.025 | 9.0 |
| 2 | 1 | 22 | 46.970 | 0.030 | 10.8 |
| 1 | 2 | 23 | 49.105 | 0.105 | 37.8 |
| 2 | 2 | 30 | 64.050 | 0.050 | 18.0 |
| **3** | **2** | **37** | **78.995** | **0.005** | **1.8** |
| 2 | 3 | 38 | 81.130 | 0.130 | 46.8 |

Получаем, что следующее противостояние Марса в созвездии Скорпиона должно случиться через 79 лет («супер-синодический» период Марса), в 2095 году. В реальности оно произойдет 26 мая 2095 года.

**Система оценивания (от одного члена жюри).** Важным этапом решения является указание того, что эллиптичность орбиты Марса приводит к непостоянству его синодического периода и существенно влияет на даты противостояний и положение Марса на небе во время них. Участники олимпиады могут выполнять решение в общем виде, с учетом эксцентриситета орбиты Марса. Оно засчитывается полностью при условии правильного выполнения.

Если участники олимпиады приводят правильное обоснование, почему задачу можно решить и в более простом виде без учета эксцентриситета, это оценивается в 1 балл. Без этого обоснования последующее решение оценивается в полной мере, но максимальная оценка при правильном решении не превышает 7 баллов.

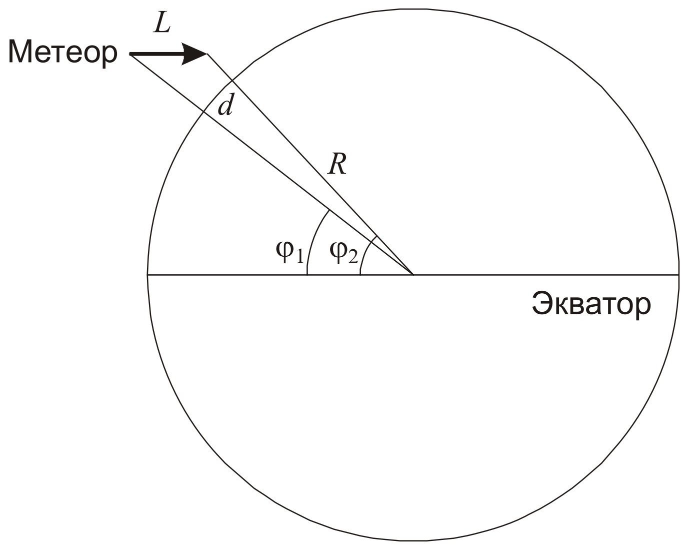
Основная часть решения может вестись разными способами. Можно, как сделано выше, определить максимальное угловое расстояние между положениями Марса в два противостояния (1 балл), из этого вычислить максимальное отклонение N синодических периодов от целого числа лет (3 балла) и далее найти соответствующий промежуток времени (3 балла). Можно, наоборот, исследовать положения Марса через произвольное количество целых лет и найти момент, когда это положение будет близко к созвездию Скорпиона. Однако, в этом случае необходимо учитывать, что найденный момент не будет моментом противостояния, отличаясь от него на несколько дней. За это время Марс успевает сместиться среди звезд. Если этот фактор не учитывается, то даже при правильном ответе за вычислительную часть решения выставляется не более 3 из 7 баллов.

# IX.3 МЕТЕОРНЫЙ ПАТРУЛЬ

*А.Н. Акиньщиков*

**Условие.** Два наблюдателя располагаются на одном меридиане Земли, в точках с широтами $\varphi_1$ и $\varphi_2$. Оба запечатлели один и тот же метеор, причем в первом пункте в зенит попало его начало, во втором – конец. Длительность полета метеора составила $t$, радиант метеорного потока, к которому принадлежал метеор, находится на небесном экваторе. Запишите выражение для скорости метеора, если считать, что она была постоянной.

**Решение.** Как известно, скорости метеоров не превосходят 72 км/с. Максимальная величина достигается, если метеорное тело движется по параболической орбите (гелиоцентрическая скорость вблизи Земли 42 км/с) точно навстречу Земле (орбитальная скорость 30 км/с). Длительность явления метеора не превосходит нескольких секунд. Поэтому длина полета во время оптической вспышки не более нескольких сот километров, что существенно меньше радиуса Земли. Высота метеора тоже мала по сравнению с радиусом Земли. Все это значительно упрощает картину.




Расстояние между наблюдателями на поверхности Земли с радиусом $R$ равно

$$d = R\,|\varphi_1 - \varphi_2|,$$

а соединяющая их линия может считаться отрезком прямой. Коль скоро радиант потока находится на небесном экваторе, метеорное тело движется вдоль плоскости экватора. Тогда его длина равна

$$L = \frac{d}{|sin\varphi|}; \quad \varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}.$$

В итоге, скорость метеора составляет

$$v = \frac{L}{t} = \frac{R\left|\,\varphi_1 - \varphi_2\right|}{t \cdot \left|sin((\,\varphi_1 + \varphi_2\,)\,/\,2\,)\right|}.$$

**Система оценивания (от одного члена жюри).** Первая часть решения состоит в обосновании того, что задачу можно решать в «плоском приближении» – длина метеора существенно меньше радиуса Земли. Эта часть решения оценивается в 2 балла. Если это обоснование отсутствует, то участник олимпиады либо должен решать задачу в общем виде с использованием тригонометрии (что оценивается полностью при правильном выполнении), либо эти 2 балла не выставляются, и общая оценка не превосходить 6 баллов.

При дальнейшем решении необходимо учитывать наклон траектории метеора к поверхности Земли, что выражается в множителе sin $\varphi$ в знаменателе итогового ответа. В качестве широты $\varphi$ может фигурировать как $\varphi_1$, так и $\varphi_2$ либо среднее из этих величин, что считается в равной степени правильным. Учет этого фактора оценивается в 4 балла, если он не сделан или сделан некорректно – данные 4 балла не выставляются, но оставшееся решение оценивается в полной мере. Если фактор учтен, но без знака модуля (не учтен случай южного полушария) – из 4 баллов выставляется 2.

Наконец, окончательная запись формулы для скорости оценивается еще в 2 балла. Отсутствие знака модуля в числителе влечет уменьшение оценки на 1 балл.

# IX/X.4 ПОИСКИ ДАЛЕКОЙ ПЛАНЕТЫ

*О.С. Угольников*

**Условие.** В настоящее время ведутся поиски возможной девятой планеты Солнечной системы, которая может иметь диаметр в 10 диаметров Земли и располагаться в 280 а.е. от Солнца. Астероид какого диаметра в главном поясе будет иметь такую же яркость на Земле в противостоянии, как и эта планета? Отражательную способность поверхности астероида считать аналогичной лунной, а планеты – аналогичной Нептуну. Оба тела располагаются в плоскости эклиптики.

**Решение.** Пусть тело имеет диаметр $D$ и сферическое альбедо $A$ и обращается вокруг Солнца по круговой орбите на расстоянии $L$ от него. Тогда плотность потока солнечной энергии около этого объекта составит $J/4\pi L^2$, где $J$ – светимость Солнца. Перехватывая эту энергию площадью $\pi D^2/4$, тело будет отражать в пространство ее часть, соответствующую альбедо $A$. Будем считать, что свет телом отражается изотропно. Так как тело при наблюдении с Земли находится в противостоянии с Солнцем, его расстояние от Земли равно ($L$ – $L_0$), где $L_0$ – расстояние от Земли до Солнца. В итоге, плотность потока энергии от тела на Земле составит

$$j = \frac{J}{4\pi L^2} \cdot \frac{\pi D^2 A}{4} \cdot \frac{1}{4\pi\,(L - L_0)^2} = \frac{JD^2 A}{64\pi L^2 (L - L_0)^2}.$$

Сравним теперь астероид главного пояса (индекс 1) и гипотетическую девятую планету Солнечной системы (индекс 2). Так как нас не интересуют абсолютные значения яркости, мы можем выражать расстояния в астрономических единицах, и тогда $L_0$=1, а также опустить все константы в предыдущем выражении. Условие одинакового видимого блеска на Земле выражается как

$$\frac{D_1^2 A_1}{L_1^2 (L_1 - 1)^2} = \frac{D_2^2 A_2}{L_2^2 (L_2 - 1)^2}.$$

Отсюда мы получаем выражение для диаметра астероида

$$D_1 = D_2 \frac{L_1 (L_1 - 1)}{L_2 (L_2 - 1)} \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}.$$

В качестве расстояния от Солнца до главного пояса астероидов $L_1$ возьмем 2.8 а.е. или $L_2/100$. Величина $D_1$ оказывается равной 15 км.

**Система оценивания (от одного члена жюри).** Основой решения задачи является зависимость яркости планеты в противостоянии от ее диаметра, альбедо и расстояния от Солнца. Она может быть выведена или взятая как известная, ее правильная полная запись оценивается в 4 балла. Если при этом не учтен фактор альбедо, оценка снижается на 2 балла, но дальнейшие вычисления (с ответом около 7-8 км) оцениваются в полной мере.

Если неверно учтена зависимость от расстояния $L$ – опущен один из множителей $L$ или $(L–1)$ и получен ответ около 2000 км – за все решение выставляется не более 2 баллов. Если зависимости получены правильно, но опущено слагаемое «–1», то это не является ошибкой для планеты, но уменьшает оценку на 2 балла в случае астероида. В качестве расстояния от Солнца до главного пояса астероидов участники могут брать величины от 2.0 до 3.3 а.е, в противном случае оценка уменьшается на 2 балла. При выходе астероида из пространства между орбитами Марса и Юпитера оценка уменьшается на 4 балла.

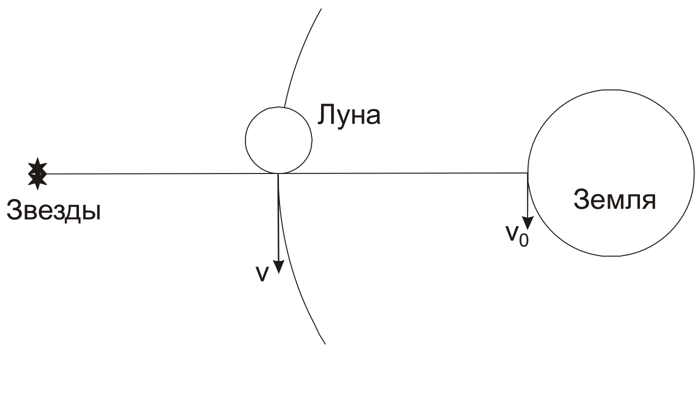
Вычисление диаметра астероида оценивается еще в 4 балла. Если при решении диаметр путается с радиусом – оценка уменьшается на 2 балла.

## IX.5 ДВОЙНАЯ СИСТЕМА ЗА ЛУНОЙ

*О.С. Угольников*

**Условие.** Двойная система из звезд солнечного типа имеет параллакс 0.1″. При центральном покрытии Луной, видимом в зените с экватора Земли, звезды скрылись за лунным лимбом с интервалом 1 секунда. Найдите минимальный период обращения звезд в системе. Наклоном орбиты Луны к экватору и ее эксцентриситетом пренебречь.

**Решение.** Покрытие двойной звезды Луной наблюдается на экваторе, а Луна располагается в зените. Так как мы пренебрегаем наклоном орбиты Луны к экватору, мы можем считать, что скорость Луны $v$ и наблюдателя на Земле $v_0$ сонаправлены.



Считая орбиту Луны круговой с радиусом $L$ и обозначив ее орбитальный период через $S$, определим угловую скорость ее перемещения среди звезд на небе:

$$\omega = \frac{v - v_0}{L - R} = \frac{\dfrac{2\pi L}{S} - \dfrac{2\pi R}{S_0}}{L - R} = \frac{2\pi}{S} \cdot \frac{L - R(S / S_0)}{L - R} = 1.48 \cdot 10^{-6}\ \text{с}^{-1} = 0.3''/\,\text{с}.$$

Здесь $R$ – радиус Земли, $S_0$ – период ее осевого вращения. Итак, минимальное угловое расстояние $\rho$ между звездами, если предположить, что они располагались вдоль видимого радиуса диска Луны, равно 0.3″. Обратим внимание, что без учета вращения Земли мы бы получили почти вдвое большую величину (0.55″). Пространственное расстояние между компонентами двойной системы будет минимальным, если обе они располагаются в картинной плоскости. Тогда это расстояние $d$, выраженное в астрономических единицах, будет равно $\rho/\pi$=3. Здесь $\pi$ – годичный параллакс звезды.

Так как нам нужно найти минимальный период обращения в системе, предположим, что в момент наблюдения звезды были в апоцентрах своих орбит, а в перицентре расстояние между ними будет значительно меньше. Тогда среднее расстояние между звездами $a$ составит $d/2$=1.5 а.е. Суммарная масса системы $M$ равна двум массам Солнца. Пользуясь обобщенным III законом Кеплера, получаем величину минимального периода в годах:

$$T = (a^3/M)^{1/2} \sim 1.3.$$

**Система оценивания (от одного члена жюри).** Решение разбивается на несколько этапов:

1. Определение минимального углового расстояния между звездами (3 балла);
2. Определение минимального пространственного расстояния между звездами (2 балла);
3. Вычисление минимального орбитального периода (3 балла).

Если минимальное угловое расстояние между звездами вычислено без учета вращения Земли (с ошибкой почти в 2 раза), то первый этап решения не засчитывается, но второй и второй этап при условии правильного выполнения и ответа около 3 лет оценивается полностью. Если же при выполнении первого этапа делается еще более грубая ошибка, то оценка за третий этап уменьшается до 1 балла. Если в качестве периода обращения Луны участники по ошибке используют синодический период (29.5 суток) – оценка за первый этап уменьшается на 1 балл. Отсутствие слагаемого $-R$ в знаменателе формул (фактор параллакса Луны при расчете угловой скорости) также приводит к уменьшению оценки на 1 балл без влияния на оценки за последующие этапы.

Ошибочное выполнение второго этапа уменьшает максимальную оценку за третий этап также до 1 балла.

На третьем этапе, если в качестве массы $M$ берется одна масса Солнца (т.е. используется простая формулировка III закона Кеплера), оценка за третий этап уменьшается на один балл. При другой ошибке в третьем этапе (неучет возможных эллиптических орбит, ответ около 3.5 лет) максимальная оценка за третий этап составляет 1 балл. При сочетании обеих ошибок (круговые орбиты и M=1) третий этап не оценивается.

# IX.6 ВНУТРИ ТУМАННОСТИ

*О.С. Угольников*

**Условие.** Планетарная туманность «Кольцо» имеет видимый диаметр 2′ и блеск $9^m$. Оцените, насколько светло будет ночью на планете, обращающейся вокруг звезды – ядра этой туманности. Сравните по освещенности ночное небо на этой планете с земным ночным небом.

**Решение.** Самый простой способ решения этой задачи – учесть тот факт, что поверхностная яркость протяженного объекта не зависит от расстояния до него. Действительно, приблизившись к объекту вдвое, мы обнаружим, что он стал вчетверо ярче и занимает вчетверо большую угловую площадь на небе. Мысленно разбив сферическую туманность M57 на маленькие элементы и рассматривая каждый из них, как отдельный протяженный объект, можно сделать вывод, что поверхностная яркость туманности будет такой же и при наблюдении изнутри. Здесь нужно оговориться, что туманность разреженна, и ее газ не поглощает собственное излучение.

Теперь нам остается вычислить звездную величину всего небосвода площадью 2π стерадиан, если его поверхностная яркость такая же, как у M57 в небе Земли. Угловая площадь туманности на Земле равна

$$\sigma = \pi\delta^2/4 = 2.7\cdot10^{-7} \text{ стер.}$$

Здесь δ – угловой диаметр туманности в радианах. Звездная величина полусферы внутри туманности составит

$$M = m - 2.5\lg\frac{2\pi}{\sigma} = m - 2.5\lg\frac{8}{\delta^2} = -9.5.$$

Эта звездная величина примерно соответствует Луне в фазе первой или последней четверти. Звездная величина одной квадратной секунды составит примерно $19^m$. Получается, что небо на планете внутри туманности ярче ночного безлунного неба на Земле, но существенно слабее земного неба в полнолуние. На этом небе вполне можно наблюдать большое количество звезд и других астрономических объектов.

**Система оценивания (от одного члена жюри).** Решение задачи разбивается на три основных этапа:

1. Вывод или указание о неизменности поверхностной яркости M57 при приближении к ней (3 балла);
2. Оценка яркости ночного неба внутри M57 (как звездной величины полусферы, с квадратного градуса, с квадратной секунды – достаточно одной любой оценки, 3 балла); полная сфера – балл.
3. Вывод о соотношении яркости ночного неба с земным (2 балла, достаточно сравнения с безлунным небом либо сравнения с небом в полнолуние).

Участник олимпиады может не делать вывод этапа 1 и переходить к непосредственному вычислению яркости ночного неба (этап 2). Это усложняет вычисления, но не является ошибкой и оценивается полным баллом (6 баллов за этапы 1+2) при условии правильности выводов и вычислений. Два балла за третий этап выставляются только при условии правильно выполненной предыдущей части задачи.

При использовании необоснованных дополнительных предположений относительно туманности (ее яркость, расстояние и т.д.) общая оценка не превышает 2 баллов. Использование грубых упрощений при расчете яркости туманности с малого расстояния уменьшают оценку на 4 балла.

При получении заведомо неверного ответа (например, небо будет светлым, как днем на Земле) общая оценка не может превышать 2 баллов вне зависимости от причины сделанной ошибки.