

XXIV Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Смоленск, 2017 г.

Теоретический тур

IX.1 СЕВЕРНЫЙ ЭКСПРЕСС

О.С. Угольников



Условие. Поезд движется точно на север. При наблюдении из этого поезда в момент пересечения Северного полярного круга Солнце появилось в точке севера и стало восходить, двигаясь под углом 5 градусов к горизонту. Определить скорость поезда. Рельефом Земли, рефракцией и угловыми размерами Солнца пренебречь.

Решение. Если в момент пересечения Северного полярного круга Солнце оказалось в точке севера, значит, дело происходило вблизи летнего солнцестояния, и склонение Солнца было равно $\varepsilon=23.4^\circ$. Если бы наблюдатель на Земле был неподвижным, движение Солнца в этот момент происходило бы вдоль горизонта с угловой скоростью



$$\omega_H = \frac{2\pi \cos \varepsilon}{T} = 13.8^\circ/\text{ч.}$$

Здесь T – продолжительность солнечных суток. Движение поезда со скоростью v на север, в направлении восходящего Солнца, приводит к появлению вертикальной компоненты

$$\omega_V = \omega_H \operatorname{tg} \gamma = \frac{v}{R} = 1.2^\circ/\text{ч.}$$

Здесь R – радиус Земли. Отсюда мы получаем выражение для скорости поезда:

$$v = \frac{2\pi R \cos \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \gamma}{T} = 135 \text{ км/ч.}$$

Система оценивания (от одного члена жюри). Решение задания разделяется на три этапа:

1 этап: 4 балла.

Выражение угловой скорости горизонтального перемещения Солнца или углового движения точки Земли с вокруг оси. Если при этом опускается множитель $\cos \varepsilon$, и ответ слегка

завышен, то оценка снижается на 1 балл (сумма за этап – 3 балла), дальнейшие вычисления оцениваются в полной мере.

2 этап: 2 балла.

Анализ вертикального перемещения Солнца, вычисление соответствующей угловой скорости.

3 этап: 2 балла.

Окончательное вычисление линейной скорости движения поезда.

Вероятная ошибка при решении: участники могут предположить, что при учете вращения Земли сам поезд движется под углом 5° к параллели, что не соответствует действительности. Линейная скорость вращения Земли на полярном круге составляет 660 км/ч, и скорость поезда получается равной 58 км/ч. В подобном решении не оценивается первый этап (0 баллов из 4). За второй этап выставляется 1 балл из 2; третий этап засчитывается полностью в случае правильного математического выполнения с получением ответа 58 км/ч. Максимальная оценка за решение составляет 3 балла, она снижается в случае ошибок при выполнении.

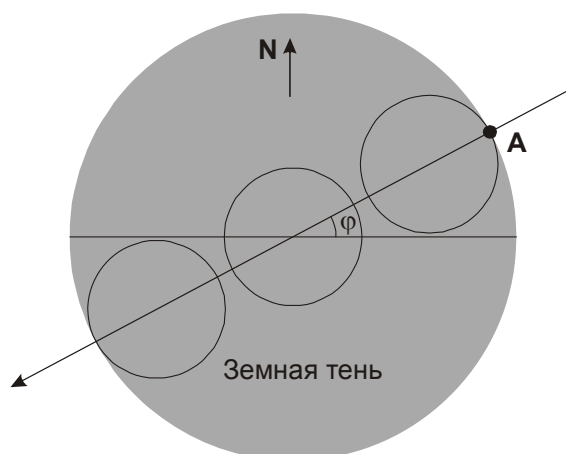
IX.2 ТЕНЬ САХАРЫ НА ЛУНЕ

О.С. Угольников



Условие. На Земле наступило полное лунное затмение. В ходе его наблюдений в момент начала полной фазы ученые получили возможность исследовать состав атмосферы Земли над пустыней Сахара (28° с.ш., 10° в.д.), а в середине затмения центр видимого диска Луны совпал с центром земной тени. Определите примерную дату и всемирное время начала полного затмения. Было ли это затмение видно в России?

Решение. Изобразим путь Луны сквозь земную тень на небесной сфере так, чтобы верх рисунка соответствовал направлению на север – так, как это делается во всех астрономических справочниках. Тогда горизонтальное направление будет параллельно небесному и земному экватору.



Всю земную тень можно воспринимать как некое прямое изображение дневного полушария Земли (или зеркальное изображение ночного полушария), перенесенное на небесную сферу. Верхняя точка может не совпадать с северным полюсом (совпадение будет только в дни равноденствий), но боковые точки будут всегда соответствовать экватору.

В момент начала полной фазы солнечные лучи, идущие в тень Земли, проходили в земной атмосфере над точкой, соответствующей точке А края тени. Коль скоро она

соответствует широте $+28^\circ$, направление на точку **A** из центра тени должно образовывать с экватором угол, не меньший этой величины. Нам известно, что затмение было центральным. Максимальный угол между видимым путем Луны и экватором как раз близок к 28° (это сумма наклона экватора и наклона орбиты Луны к эклиптике). Этот угол достигается в равноденствия. Коль скоро Луна движется сквозь тень на юг, дело происходило вблизи весеннего равноденствия (сама Луна располагалась на небе около точки осеннего равноденствия).

Чтобы определить Всемирное время начала полной фазы учтем, что на точке Земли, соответствующей точке тени **A**, в этот момент наблюдался заход Солнца. Местное время T там составляло 18 часов. Обозначив долготу через λ и выразив ее в часовой мере, получаем выражение для Всемирного времени:

$$UT = T - \lambda = 17\text{ч}20\text{м.}$$

Затмение было видно на большей части территории России, где в это время ночь.

Система оценивания (от одного члена жюри). Решение задачи разбивается на четыре этапа, которые можно выполнять в разной последовательности:

1 этап: 3 балла.

Необходимо установить путь Луны через земную тень и указать, что дело происходило в весеннее равноденствие. Если при правильных рассуждениях участники олимпиады путают весеннее равноденствие с осенним, из этих 3 баллов выставляется только 1, но оставшееся решение оценивается в полной мере.

2 этап: 3 балла.

Необходимо сделать вывод, что в указанной точке Земли в момент начала затмения Солнце заходит за горизонт, либо другим способом верно описать положение полуденной или полуночной линии или терминатора на Земле. Если вместо вывода о заходе Солнца в Сахаре указывается восход Солнца, то вместо 3 баллов опять же выставляется только 1, при этом не оцениваются неверные выводы последнего этапа задания. Если указывается, что на Сахаре полночь, и Луна находится там в верхней кульминации, второй и третий этапы не оцениваются (0 баллов).

3 этап: 1 балл.

Определение Всемирного времени начала затмения. Один балл ставится только в случае правильного ответа.

4 этап: 1 балл.

Вывод о видимости затмения в России. Этот балл *не выставляется*, если вывод о видимости делается без правильных обоснований, идущих из предыдущих этапов решения.

IX/X.3 ПЛАНЕТНОЕ ТРИО

О.С. Угольников



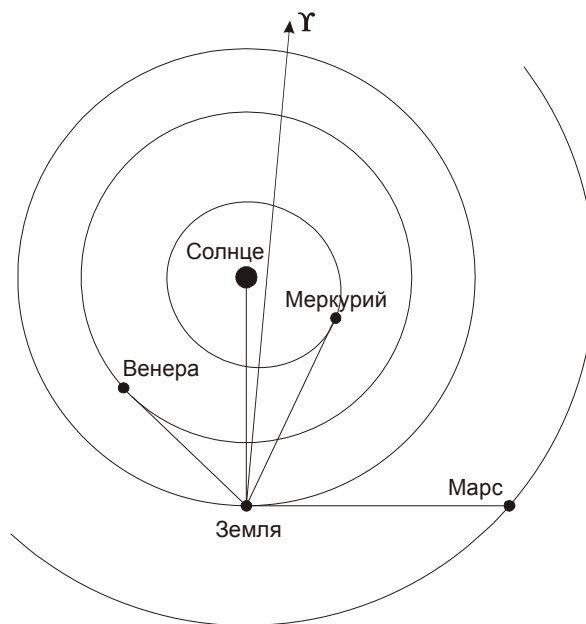
Условие. В таблице приведены экваториальные координаты Меркурия, Венеры и Марса на Земле в некоторый момент времени. Считая орбиту Марса круговой, определите его угловой диаметр в этот момент.

Планета	Прямое восхождение, α	Склонение, δ
Меркурий	22ч33.2м	$-10^\circ 27'$
Венера	03ч06.0м	$+20^\circ 34'$
Марс	18ч15.7м	$-23^\circ 32'$

Решение. Казалось бы, задачу нельзя решить, не зная текущую конфигурацию Марса, зависящую от неизвестного положения Солнца. Однако мы можем подметить интересную особенность – внутренние планеты, Меркурий и Венера, располагаются необычно далеко друг от друга. Они находятся вблизи эклиптики по разные стороны от экватора, и угловое расстояние между ними можно найти по теореме Пифагора:

$$\lambda_{MV} = \sqrt{(\alpha_V - \alpha_M)^2 + (\delta_V - \delta_M)^2} = 75^\circ.$$

Здесь прямое восхождение Меркурия α_M уменьшено на 24 часа. Угловое расстояние между планетами равно сумме их максимальных элонгаций от Солнца: 28° для Меркурия и 47° для Венеры. Такое может быть, только если одновременно наступила наибольшая западная элонгация Меркурия (28°) и наибольшая восточная элонгация Венеры (47°). В этом случае мы можем найти положение Солнца на небе достаточно простым образом:



$$\alpha_0 = \alpha_M + \frac{28}{75}(\alpha_V - \alpha_M) = 0^h 15^m;$$

$$\delta_0 = \delta_M + \frac{28}{75}(\delta_V - \delta_M) = +0^\circ 45'.$$

Планеты не находятся точно на эклиптике, сделанные расчеты приближенные, поэтому положение Солнца также не попало точно на эклиптику. Главный вывод, который можно сделать по прямому восхождению Солнца – оно находится в 90° к востоку от Марса, и последний находится в западной квадратуре. Считая его орбиту круговой (орбита Земли тоже близка к окружности), определяем угловой диаметр планеты:

$$d = \frac{D}{\sqrt{a^2 - a_0^2}} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ рад} = 8'.$$

Здесь a и a_0 – радиусы орбит Марса и Земли, D – физический диаметр Марса.

Система оценивания (от одного члена жюри).

1 этап: 2 балла.

Определение углового расстояния между Меркурием и Венерой. Это можно делать как точно, так и приближенно, проецируя участок небесной сферы на плоскость.

2 этап: 2 балла.

Вывод о том, что Меркурий и Венера находятся в противоположных наибольших элонгациях.

3 этап: 1 балл.

Определение положения Солнца на небе (приближенно) в данный момент.

4 этап: 1 балл.

Вывод о квадратуре Марса либо вычисление его углового расстояния от Солнца.

5 этап: 2 балла.

Вычисление углового диаметра Марса.

Если участник сразу необоснованно пишет, что Марс располагается в квадратуре, то засчитаны могут быть только 4 и 5 этапы, и наибольшая оценка за все решение не может быть больше 3 баллов.

Возможный альтернативный подход к решению: участник олимпиады может определить диапазон возможных угловых расстояний Марса от Солнца, исходя из углового расстояния между Марсом и Меркурием, а потом провести такой же анализ, исходя из углового расстояния между Марсом и Венерой. Пересечение этих интервалов дает узкое множество возможных значений углового расстояния между Марсом и Солнцем около 90° . При условии верного выполнения такое решение засчитывается в полной мере.

Возможная ошибка при решении: максимальная элонгация Меркурия определяется в предположении его круговой орбиты и составляет 23° . Из этого делается вывод, что Меркурий и Венера не могут быть так далеко на небе друг от друга, и задание решения не имеет. В этом случае выставляется только 2 балла за первый этап решения.

IX.4 ЗВЕЗДА У ЗЕНИТА

О.С. Угольников



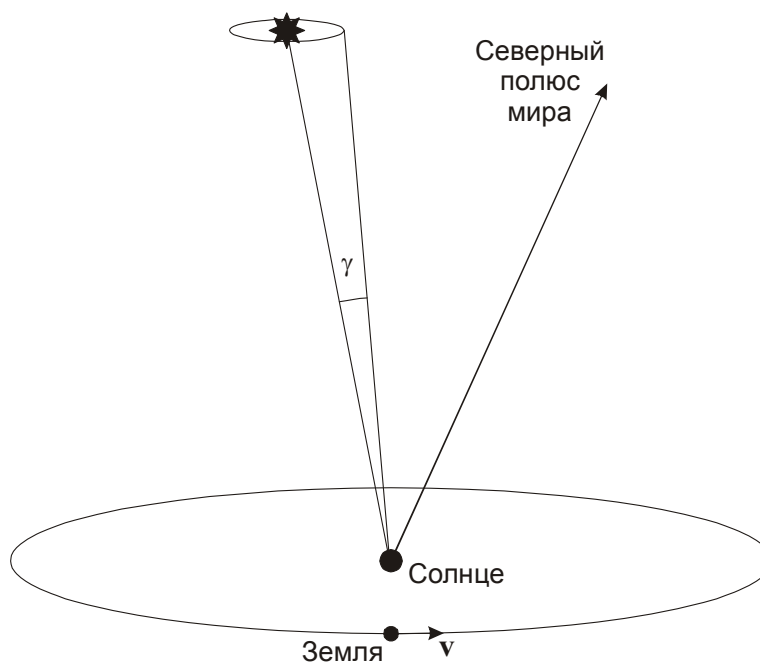
Условие. В начале XVIII века английский астроном Джеймс Бредли пытался определить параллакс звезды Этамин (γ Дракона) в обсерватории в Ванстеде, Лондон ($51^\circ 34' 40''$ с.ш., $0^\circ 01' 43''$ в.д.). Параллакс он не обнаружил, но открыл явление абберрации света, вызванное движением Земли и конечностью скорости света. Тем самым Бредли доказал вращение Земли вокруг Солнца и существенно уточнил величину скорости света. В какой сезон и в какое местное (среднее солнечное) время эта звезда оказывалась ближе всего к зениту? Чему было равно минимальное зенитное расстояние звезды? Склонение звезды на эпоху наблюдений было равно $+51^\circ 32' 06''$, прямое восхождение считать равным точно 18ч. Экцентриситетом орбиты Земли, прецессией, уравнением времени, нутацией, параллаксом и собственным движением звезды пренебречь.

Решение. Абберрация света – явление отклонения положения звезды на небе, вызванное орбитальным движением Земли. Абберрационное смещение звезды направлено к точке неба, к которой движется Земля в настоящий момент. В общем случае (вообще говоря, не требующемся для решения данной задачи) величина абберрационного смещения в радианах равна

$$\gamma = v \sin\theta / c,$$

где v – орбитальная скорость Земли, c – скорость света, θ – угол между скоростью и направлением на звезду. Величина абберации максимальная, когда движение нашей планеты происходит перпендикулярно направлению на звезду. Для указанной в условии задачи звезды Этамин близкая к этому ситуация наблюдается постоянно, так как эта звезда располагается недалеко от северного полюса эклиптики (прямое восхождение 18ч, склонение +66.6), угол θ всегда не меньше 75° , а его синус – не меньше 0.966. В этом случае звезда описывает на небе за год круг, а величина абберации составляет

$$\gamma = v/c = 10^{-4} \text{ рад} \sim 20''.$$



Мы видим, что склонение звезды примерно на $2'$ меньше широты обсерватории. Чтобы зенитное расстояние было минимальным, абберационное смещение звезды должно быть направлено на север, вдоль меридиана. Это может быть, если Земля движется в направлении самой северной точки эклиптики – точки летнего солнцестояния, которая находится по другую сторону от полюса мира. Это имеет место около дня осеннего равноденствия 23 сентября. Минимальное зенитное расстояние звезды в этот день составляло

$$z = \varphi - \delta - \gamma = 2'14''.$$

Очевидно, это имело место в момент верхней кульминации звезды. В день осеннего равноденствия звездное время совпадает с местным, поэтому верхняя кульминация наступила в 18ч по местному времени.

Система оценивания (от одного члена жюри).

1 этап: 1 балл.

Правильное указание направления сдвига звезды за счет абберации, описанное явно или следующее из решения.

2 этап: 1 балл.

Правильное указание величины абберационного смещения звезды как известного, либо его получение на основе значения орбитальной скорости Земли.

3 этап: 2 балла.

Определение сезона, в который достигается минимум зенитного расстояния. Если в качестве момента указывается весеннее равноденствие или другой сезон, отличный от верного, оценка за 3 этап составляет 0 баллов.

4 этап: 2 балла.

Определение местного времени минимального зенитного расстояния. Если ошибка этой величины вызвана только неправильным выполнением 3 этапа, то 4 этап засчитывается полностью.

5 этап: 2 балла.

Нахождение минимального зенитного расстояния звезды.

Возможная ошибка при решении задачи: правильное определение величины aberrации, но ошибочное указание его направления (например, на 180° или на 90° , путая с явлением параллакса). В этом случае полностью не засчитывается первый этап (1 балл) и третий этап (2 балла) решения. Второй, четвертый и пятый этап засчитываются при условии их правильного выполнения (при этом значение местного времени будет иным). Максимальная оценка составляет 5 баллов.

Возможная ошибка при решении задачи: полное игнорирование явлением aberrации с вычислением минимального зенитного расстояния для заданных гелиоцентрических координат Земли (оно будет равно $2'34''$). В этом случае засчитан может быть только пятый этап решения, оценка не может превышать 2 баллов при условии правильного выполнения.

IX.5 ВБЛИЗИ ДВОЙНОГО КАРЛИКА

М.И. Волобуева



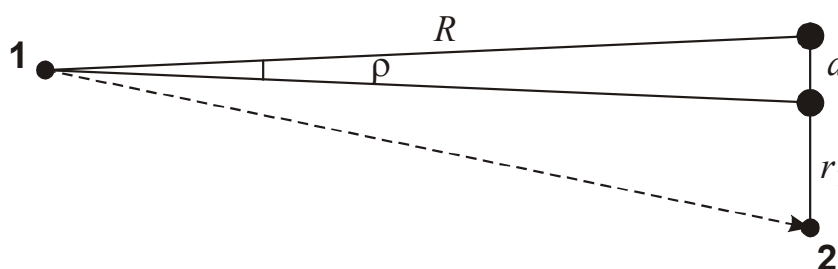
Условие. Штурман космического корабля наблюдает за двойной системой, состоящей из двух одинаковых белых карликов с массой каждого, равной массе Солнца, движущихся по круговой орбите с периодом 7.9 лет. В некоторый момент расстояние от корабля до обеих компонент системы было одинаковым, видимый блеск каждой из них был равен -1^m , а угловое расстояние между ними составляло $14'19.4''$. Через некоторое время корабль, пролетая вблизи этой системы, оказался практически на одной линии со звездами на расстоянии 15 а.е. от ближайшей из них. Какую суммарную звездную величину будет иметь система в этот момент, если штурман видит обе звезды полностью?

Решение. Выражая массу компонент в массах Солнца, период в годах, а расстояние – в астрономических единицах, запишем III закон Кеплера и найдем расстояние между белыми карликами:

$$a = (T^2 \cdot (M_1 + M_2))^{1/3} = 5.0 \text{ а.е.}$$

В момент t_1 , когда расстояние от корабля до обеих звезд одинаково, отрезок, соединяющий центры звезд, перпендикулярен лучу зрения. Отсюда получаем расстояние от каждой из компонент до корабля

$$R = a / \rho \text{ (рад)} = 1200 \text{ а.е.}$$



Здесь ρ – угловое расстояние между звездами. В момент t_2 , когда корабль оказался на одной линии со звездами, первая компонента оказалась ближе в $1200/15=80$ раз, вторая – в $1200/(15+5)=60$ раз. Так как блеск обратно пропорционален квадрату расстояния, то суммарный блеск компонент в момент t_2 возрос в $60^2+80^2=10000$ раз по сравнению с блеском одиночной звезды в момент t_1 , что соответствует разнице в 10^m . Таким образом, суммарный блеск системы в момент t_2 составит $-1^m - 10^m = -11^m$.

Система оценивания (от одного члена жюри). Решение задачи разбивается на несколько элементарных этапов, которые можно выполнять в разной последовательности.

1 этап: 2 балла.

Определение расстояния между двумя белыми карликами. Если при этом не учитывается их двойная масса (по сравнению с Солнцем), эти 2 балла не выставляются, но оставшаяся часть решения, несмотря на вытекающие ошибки, оценивается в полной мере.

2 этап: 1 балл.

Определение расстояния от звезд до корабля в первый момент времени.

3 этап: 2 балла.

Определение расстояния от корабля до каждой из звезд во второй момент времени (по 1 баллу за каждое). Данные величины могут не быть записаны в явном виде, но учитываться при вычислениях.

4 этап: 3 балла.

Нахождение звездной величины системы во второй момент времени. В случае ошибок, связанных с пренебрежением того, что в первый момент времени обе звезды светили как $-1m$ каждая, оценка уменьшается на 1 балл.

IX/X.6 К НОВЫМ ГОРИЗОНТАМ

С.Г. Желтоухов

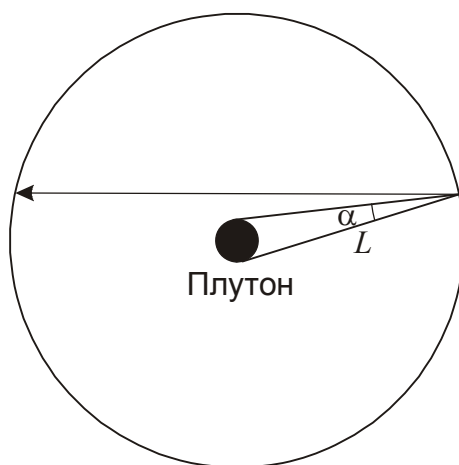


Условие. Когда межпланетная станция New Horizons пролетала около Плутона (радиус 1190 км) на расстоянии 33 а.е. от Солнца, угловой диаметр Плутона был больше одного градуса всего около 5 часов. В середине этого интервала угловой диаметр Плутона достиг 10° . Сможет ли эта межпланетная станция вылететь из Солнечной системы? Оцените, за какое время станция долетит до орбиты тела 2014 MU69, если радиус этой орбиты равен 44 астрономическим единицам. Орбиту этого тела можно считать круговой.

Решение. Определим расстояние L , с которого Плутон виден как диск с угловым диаметром α :

$$L = \frac{2R}{\sin \alpha} = 135000 \text{ км.}$$

Если считать траекторию аппарата около Плутона прямой, проходящей вблизи Плутона (на это указывает большой угловой диаметр в середине интервала), а его скорость v – постоянной, то она будет равна $2L/t = 54000$ км/ч или 15 км/с. Это существенно больше второй космической скорости даже на поверхности Плутона. Поэтому мы можем считать, что притяжение самого Плутона не оказало существенного влияния на скорость аппарата.



Сравним теперь полученную скорость (относительно Плутона) со скоростью движения по параболической орбите на таком расстоянии от Солнца a_1 (выраженном в астрономических единицах):

$$v_1 = v_0 \sqrt{\frac{2}{a_1}} = 7.3 \text{ км/с.}$$

Здесь v_0 – круговая скорость на орбите Земли. Полученная скорость вдвое меньше скорости "Новых Горизонтов". Вне зависимости от направления движения относительно Плутона гелиоцентрическая скорость аппарата больше второй космической, и он может покинуть Солнечную систему.

Обратим внимание, что аппарат, имея столь высокую скорость, прилетел из внутренних областей Солнечной системы, с Земли. Следовательно, аппарат движется вблизи Плутона в направлении, близком к радиальному (от Солнца), перпендикулярно движению самого Плутона. Его гелиоцентрическая скорость мало отличается от плутоно-центрической и близка к v . Движение от Плутона к астероиду 2014 MU69 будет происходить по прямой линии с практически постоянной скоростью. Это займет время

$$t = \frac{a_2 - a_1}{v} = 3.5 \text{ года.}$$

Система оценивания (от одного члена жюри).

1 этап: 2 балла.

Определение расстояния, с которого Плутон имеет заданные угловые размеры.

2 этап: 2 балла.

Определение скорости аппарата относительно Плутона. В случае ошибки в 2 раза, вызванной путаницей радиусов и диаметров, эти 2 балла не выставляются, но дальнейшее решение оценивается в полной мере. Предположение, что аппарат летел по хорде в случае правильного вычисления длины хорды оценивается в полной мере.

3 этап: 1 балл.

Вывод о том, что аппарат сможет покинуть Солнечную систему.

4 этап: 1 балл.

Вывод о радиальном направлении скорости аппарата. Если этот вывод не делается, то данный балл не выставляется даже при последующем верном решении.

5 этап: 2 балла.

Расчет времени перелета аппарата к астероиду 2014 MU69.