

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ 2014–2015 г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС**

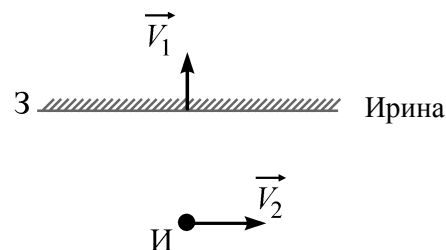
Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

Задача 1.

По комнате движутся во взаимно перпендикулярных направлениях школьница Ирина и шкаф на колёсиках, причём шкаф удаляется от Ирины. На шкафу расположено плоское зеркало, в котором видит своё изображение. Скорости шкафа и Ирины относительно комнаты равны, соответственно, $V_1 = 1,5$ м/с и $V_2 = 2$ м/с. Найдите модуль скорости изображения Ирины

- относительно зеркала;
- относительно комнаты;
- относительно Ирины.

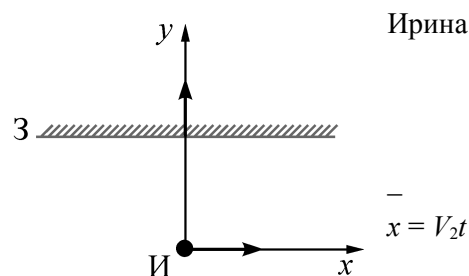


Решение. Введём координатные оси x и y таким образом, чтобы двигалась вдоль оси x , а скорость зеркала, расположенного параллельно оси x , была направлена вдоль оси y . Начало координат совместим с положением Ирины в начальный момент времени. Тогда координаты Ирины в момент времени t будут $(x = V_2 t; y = 0)$, координата плоскости зеркала будет в этот момент равна $y = L + V_1 t$ (L начальная y -координата зеркала), координаты изображения составят $x = V_2 t$ и $y = 2(L + V_1 t)$.

Проекция скорости Ирины на оси x и y в выбранной системе отсчёта составляют $(V_2; 0)$, проекция скорости зеркала – $(0; V_1)$, проекция скорости изображения – $(u_x = V_2; u_y = 2V_1)$. Следовательно, проекции скорости изображения относительно зеркала составляют $(u_x; u_y - V_1)$, или $(V_2; V_1)$, а изображения относительно Ирины – $(u_x - V_2; u_y)$, или $(0; 2V_1)$.

По теореме Пифагора модуль скорости изображения относительно зеркала составляет $(V_1^2 + V_2^2)^{1/2} = 2,5$ м/с, относительно комнаты $((2V_1)^2 + V_2^2)^{1/2} = 13^{1/2} \approx 3,6$ м/с, относительно Ирины $2V_1 = 3$ м/с.

Ответ: модуль скорости изображения относительно зеркала составляет $(V_1^2 + V_2^2)^{1/2} = 2,5$ м/с, относительно комнаты $((2V_1)^2 + V_2^2)^{1/2} = 13^{1/2} \approx 3,6$ м/с, относительно Ирины $2V_1 = 3$ м/с.

**Критерии оценивания:**

Если школьник довел решение задачи до правильных ответов на все три вопроса, он получает 10 баллов. Если решение задачи доведено до правильных ответов на два вопроса, участник получает 7 баллов. Если получен правильный ответ только на один вопрос, участник получает 4 балла. Правильным считается ответ как в числовом виде, так и в виде формулы, выраженной через скорости V_1 и V_2 . Если участник не получил ни одного правильного ответа, ему можно поставить до 2 утешительных баллов:

построено изображение Ирины в зеркале - 1 балл;

хотя бы раз правильно использована формула, связывающая скорость, время и расстояние (координату) - 1 балл.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 4, 7, 10

Задача 2.

При движении в гору автомобиль может развивать максимальную скорость V_1 , а при движении с этой же горы – скорость V_2 . В обоих случаях двигатель работает на свою максимальную мощность; использование коробки передач позволяет двигателю автомобиля развивать эту максимальную мощность при разных скоростях движения. Какую максимальную скорость V_0 этот автомобиль может развить при движении по горизонтальной дороге? Считайте, что ветра нет, а действующая на автомобиль сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату его скорости. Решите задачу в общем случае, а также в частном случае $V_1 = 100$ км/ч, $V_2 = 2V_1 = 200$ км/ч. Сравните для данного примера скорость V_0 со значением $1,5V_1 = 150$ км/ч.

Решение. По условию на автомобиль, движущийся со скоростью V , действует сила сопротивления воздуха bV^2 , где b – некоторый постоянный коэффициент пропорциональности. Пусть P – мощность двигателя автомобиля, m – его масса, α – угол наклона горы к горизонту.

При движении по горизонтальной дороге со скоростью V_0 расходуемая за промежуток времени τ энергия $P\tau$ равна величине работы силы сопротивления воздуха $bV_0^2 \cdot V_0\tau$, отсюда $P = bV_0^3$.

При движении в гору со скоростью V_1 расходуемая за промежуток времени τ энергия $P\tau$ идёт на преодоление работы силы сопротивления воздуха $bV_1^2 \cdot V_1\tau$ и изменение потенциальной энергии автомобиля: $mgV_1\tau \cdot \sin \alpha$, отсюда $P = bV_1^3 + mgV_1 \cdot \sin \alpha$.

При движении с горы со скоростью V_2 расходуемая за промежуток времени τ энергия $P\tau$ идёт на преодоление работы силы сопротивления воздуха $bV_2^2 \cdot V_2\tau$ и изменение потенциальной энергии автомобиля $-mgV_2\tau \cdot \sin \alpha$, отсюда $P = bV_2^3 - mgV_2 \cdot \sin \alpha$.

Из двух соотношений для движения автомобиля в гору и с горы получаем:

$P/V_1 + P/V_2 = b(V_1^2 + V_2^2)$, и $P = b(V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2)$. Используя соотношение для движения автомобиля по горизонтальной дороге, находим: $V_0^3 = (V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2)$. В частном случае при $V_1 = 100$ км/ч и $V_2 = 2V_1 = 200$ км/ч получаем: $V_0 = (10^7/3)^{1/3} \approx 149,4$ км/ч.

Ответ: $V_0 = ((V_1^2 + V_2^2)V_1V_2/(V_1 + V_2))^{1/3}$. В частном случае скорость $V_0 = (10^7/3)^{1/3} \approx 149,4$ км/ч – это чуть меньше 150 км/ч.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа в общем виде (через скорости V_1 и V_2) и отметил, что числовой ответ меньше, чем 150 км/ч, он получает 10 баллов. Если решение доведено до правильного ответа только в общем виде (через скорости V_1 и V_2), участник получает 9 баллов. В противном случае школьник может получить до 3 утешительных баллов:

записано соотношение для мощности, коэффициента пропорциональности и скорости при движении по горизонтальной поверхности - 1 балл;

правильно записано соотношение для мощности, угла α , массы, коэффициента пропорциональности и скорости при движении по наклонной поверхности (вверх или вниз) - 2 балла.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 9, 10

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

Задача 3.

В запаянной с одного конца горизонтально лежащей трубке находится воздух с относительной влажностью $\varphi_0 = 60\%$, отделённый от атмосферы столбиком ртути длиной $l = 74$ мм. Атмосферное давление соответствует $L_0 = 740$ мм ртутного столба. Какой станет относительная влажность φ , если трубку поставить вертикально открытым концом вниз? Температура постоянна, ртуть из трубки при переворачивании не выливается.

Решение. Пусть ρ – плотность ртути, $p_0 = \rho g L_0$ – атмосферное давление.

В горизонтальной трубке давление запертого столбика воздуха совпадает с атмосферным, а в вертикальной равно $p_0 - \rho g l = \rho g(L_0 - l)$. Следовательно, давление в трубке изменилось в $(L_0 - l)/L_0$ раз; в такое же количество раз в условиях постоянства температуры должна измениться и плотность – как воздуха, так и водяного пара. Поскольку относительная влажность равна отношению плотности водяного пара к плотности насыщенного водяного пара, относительная влажность тоже изменится в $(L_0 - l)/L_0$ раз и станет равной $\varphi = \varphi_0 \cdot (L_0 - l)/L_0 = 54\%$.

Ответ: относительная влажность станет равной $\varphi = \varphi_0 \cdot (L_0 - l)/L_0 = 54\%$.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. Правильным считается ответ как в числовом виде, так и в виде формулы, выраженной через начальную относительную влажность, длины l и L_0 . В противном случае школьник может получить до 4 утешительных баллов:

- в горизонтальной трубке давление воздуха совпадает с атмосферным - 1 балл;
- записано выражение для давления воздуха в вертикальной трубке - 1 балл;
- плотность при постоянной температуре изменяется пропорционально давлению - 1 балл;
- записано определение относительной влажности воздуха (через отношение плотностей пара и насыщенного пара или через отношение давления пара к давлению насыщенного пара) - 1 балл.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 4, 10

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

Задача 4.

В грозном облаке высотой $h = 1$ км и площадью $S = 100$ км² во время грозы создалось электрическое поле напряжённостью $E = 1$ МВ/м, которое можно считать однородным.

1. Оцените, какой электрический заряд накопился на верхней и на нижней поверхностях облака и какая электрическая энергия запасена в таком облаке? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

2. Оцените отношение электрической силы, действующей на верхнюю (или нижнюю) поверхность облака, к силе тяжести, действующей на всё облако. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², плотность воздуха $\rho = 1,3$ кг/м³.

3. Между верхней и нижней поверхностями облака сверкнула молния, и за время $\tau = 1$ мс израсходовалось 19% запасённой в облаке электрической энергии. Оцените среднюю силу электрического тока в таком грозном разряде и его среднюю мощность.

Решение.

1. Для того чтобы сделать необходимые оценки, грозное облако в данной задаче можно рассматривать как плоский конденсатор, обкладками которого являются верхняя и нижняя поверхности облака с зарядами $+Q$ и $-Q$. Напряжённость поля внутри конденсатора составляет $E = 4\pi kQ/S$. Следовательно, $Q = ES/(4\pi k) \approx 0,89 \cdot 10^3$ Кл.

Электрическая энергия W , запасённая в таком облаке, равна половине произведения заряда Q на разность потенциалов Eh , то есть $W = 0,5QEh = E^2Sh/(8\pi k) \approx 4,4 \cdot 10^{11}$ Дж.

2. Каждая из поверхностей облака создаёт однородное электрическое поле напряжённостью $E_1 = E/2 = 2\pi kQ/S$. Это поле действует на противоположную поверхность с силой $F_1 = QE_1 = QE/2 = E^2S/(8\pi k)$.

Действующая на всё облако сила тяжести равна $F_2 = \rho gSh$. Отношение этих сил равно:

$$F_1/F_2 = E^2/(8\pi k\rho gh) \approx 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ — оно много меньше единицы.}$$

3. За время τ израсходовалась энергия $0,19W$, поэтому средняя мощность разряда составляет $0,19W/\tau \approx 0,84 \cdot 10^{14}$ Вт. Оставшаяся энергия составляет 0,81 от начальной. Поскольку энергия конденсатора пропорциональна квадрату его заряда, то конечный заряд на каждой из поверхностей облака составляет $0,81^{1/2} = 0,9$ от начального — значит, между поверхностями облака при разряде перетёк заряд $0,1Q$. Поэтому средняя сила тока разряда равна $0,1Q/\tau \approx 0,89 \cdot 10^5$ А.

Ответ: заряды на нижней и верхней поверхностях облака составляют $\pm Q$, где $Q = ES/(4\pi k) \approx 0,89 \cdot 10^3$ Кл; электрическая энергия равна $W = E^2Sh/(8\pi k) \approx 4,4 \cdot 10^{11}$ Дж; отношение силы электрического взаимодействия поверхностей облака к силе тяжести, действующей на всё облако, равно $F_1/F_2 = E^2/(8\pi k\rho gh) \approx 3,4 \cdot 10^{-4}$; средняя мощность разряда равна $0,19W/\tau \approx 0,84 \cdot 10^{14}$ Вт; средняя сила тока разряда равна $0,1Q/\tau \approx 0,89 \cdot 10^5$ А.

Критерии оценивания:

Если участник довел решение до правильных ответов на вопросы задачи, он получает по 2 балла за правильный числовой ответ на каждый из вопросов. Правильными считаются ответы в диапазоне: величина заряда на каждой из пластин от $0,8 \cdot 10^3$ Кл до $0,9 \cdot 10^3$ Кл; электрическая энергия от $4 \cdot 10^{11}$ Дж до $5 \cdot 10^{11}$ Дж; отношение силы электрического взаимодействия поверхностей облака к силе тяжести, действующей на все облако, - от $3 \cdot 10^{-4}$ до $4 \cdot 10^{-4}$; средняя мощность разряда от $0,8 \cdot 10^{14}$ Вт до $0,9 \cdot 10^{14}$ Вт; средний ток разряда от $0,8 \cdot 10^5$ А до $0,9 \cdot 10^5$ А. Ответы без указания единиц измерения не засчитываются. При отсутствии правильных числовых ответов участник может получить 2 утешительных балла, если он получил правильные ответы хотя бы на два вопроса в виде формул.

Возможные баллы: 0, 2, 4, 6, 8, 10

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.

Задача 5.

В условии была опечатка

Электрокипятильник, включённый в сеть с напряжением $U = 220$ В, нагревает воду в кастрюле от комнатной температуры до кипения за время $\tau_1 = 1$ мин. Найдите, за какое время τ_2 четыре кипятильника с втрое большим сопротивлением, соединённые последовательно ~~и включённые в ту же сеть~~, нагреют вдвое большую массу воды от той же комнатной температуры до кипения при подключении к сети с напряжением $2U = 440$ В. Потерями теплоты можно пренебречь.

Из за опечатки школьники могут представить два решения, и оба следует считать верными.

Решение. Пусть R – сопротивление исходного кипятильника, m – масса воды в кастрюле, c – удельная теплоёмкость воды, Δt – изменение температуры при нагревании воды до кипения.

В первом случае кипятильник мощностью U^2/R за время τ_1 передаёт воде энергию $(U^2/R)\tau_1$, которая идёт на её нагревание: $(U^2/R)\tau_1 = cm\Delta t$.

Дальше возможны два варианта.

А) Во втором случае сопротивление цепочки кипятильников равно $12R$, поэтому при включении её в сеть с тем же напряжением U будет развиваться мощность $U^2/(12R)$. За время τ_2 воде массой $2m$ будет передана энергия $U^2/(12R)\tau_2$, идущая на её нагревание: $U^2/(12R)\tau_2 = 2cm\Delta t$.

Разделив одно соотношение на другое, находим: $\tau_2 = 24\tau_1 = 24$ мин.

Б) Во втором случае сопротивление цепочки кипятильников равно $12R$, поэтому при включении её в сеть напряжением $2U$ будет развиваться мощность $(2U)^2/(12R)$. За время τ_2 воде массой $2m$ будет передана энергия $(2U)^2/(12R)\tau_2$, идущая на её нагревание: $(2U)^2/(12R)\tau_2 = 2cm\Delta t$.

Разделив одно соотношение на другое, находим: $\tau_2 = 6\tau_1 = 6$ мин.

Ответ:

А) время нагревания воды во втором случае составит $\tau_2 = 24\tau_1 = 24$ мин.

Б) время нагревания воды во втором случае составит $\tau_2 = 6\tau_1 = 6$ мин.

Критерии оценивания:

Если школьник довел решение задачи до правильного ответа, он получает 10 баллов. Правильным считается ответ как в числовом виде (24 мин или 6 мин), так и в виде формулы, выраженной через время τ_1 ($\tau_2 = 24\tau_1$ или $\tau_2 = 6\tau_1$). В противном случае школьник может получить до 4 утешительных баллов:

указано, что мощность кипятильника сопротивлением R , подключенного к источнику напряжения U , равна U^2/R - 1 балл;

использовано, что количество теплоты, требуемое для нагревания воды, равно произведению удельной теплоемкости на массу и на изменение температуры - 1 балл;

использовано, что переданная воде энергия равна произведению мощности на время - 1 балл;

указано, что сопротивление цепочки кипятильников во втором случае равно $12R$ - 1 балл.

Возможные баллы: 0, 1, 2, 3, 4, 10

Общие критерии оценок:

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 10 (по каждой задаче указан список возможных значений оценок). Если школьник довел решение задачи *любым способом* до правильного ответа, он получает 10 баллов. Не допускается снижение оценок за плохой почерк, решение способом, отличным от авторского, и т.д. При частично правильном решении задачи применяются критерии, указанные для данной задачи. Все спорные вопросы рекомендуется решать в пользу школьника.