**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ**
**2013/2014**
**Второй (окружной) этап 11 класс**
**Критерии**

## Задача 11-1

Приспособление, позволяющее человеку балансировать над поверхностью водоема, состоит из платформы, к которой снизу подходит шланг. По этому шлангу насос, установленный на плавающей поблизости лодке, может прокачивать воду с максимальной скоростью $V = 7$ м/с. Вода бьет в платформу вертикально вверх, ударяется о платформу и разлетается горизонтально во все стороны. Внутренний радиус шланга $r = 8$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м$^3$. Человека какой массой $M$ способно удерживать это приспособление? Массой платформы и шлангов можно пренебречь. Предложите и разъясните способ управления высотой «полета».

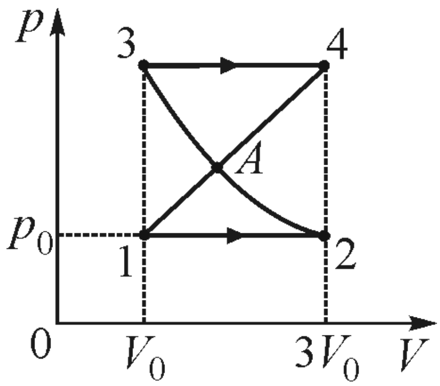
## Решение

За промежуток времени $\tau$ из шланга вытекает объем воды $\pi r^2 V\tau$. Импульс этого объема, равный $\rho\cdot\pi r^2 V\tau\cdot V$, передается платформе. Действующая на платформу с человеком со стороны воды сила равна переданному за единицу времени импульсу, то есть $\rho\cdot\pi r^2 V^2$. Поскольку она уравновешивается силой тяжести, действующей на человека, имеем: $\rho\cdot\pi r^2 V^2 = Mg$ и $M = \rho\pi r^2 V^2/g \approx 98{,}5$ кг.

Чтобы увеличить высоту полета, можно немного увеличить скорость вытекания воды $V$ (платформа будет двигаться вверх), а затем вернуться к исходному значению скорости. Для уменьшения высоты полета надо, наоборот, ненадолго уменьшить скорость вытекания воды.

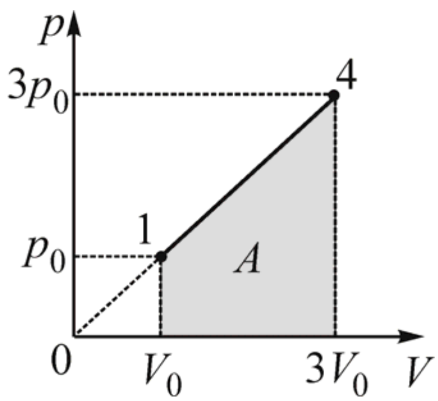
**Ответ:** приспособление способно удерживать человека с массой $M = \rho\pi r^2 V^2/g \approx 98{,}5$ кг; способ управления высотой полета предложен в тексте решения.

## Задача 11-2




Над идеальным одноатомным газом проводят процесс, изображенный на рисунке. Участки 12 и 34 – изобары, участок 23 – изотерма, а участок 14 – прямая. Точки 1 и 3, а также 2 и 4 лежат на одной изохоре. Начальный объем газа $V_0 = 1$ л, начальное давление $p_0 = 10^5$ Па, а максимальный объем за весь процесс равен $3V_0$. Найдите полученное газом на участке 1-4 количество теплоты, теплоемкость одного моля газа в процессе 1-4, а также координаты точки $A$ самопересечения на $pV$-диаграмме. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

## Решение




Поскольку на участке 23 температура постоянна, давление на этом участке обратно пропорционально объему, и произведение давления на объем в любой точке участка равно этому произведению в точке 2. Значит, уравнение процесса 23 имеет вид: $pV = p_0\cdot 3V_0$. В частности, в точке 3 (а значит и в точке 4) давление должно быть равно $3p_0$. Поэтому прямая 14 проходит через точки ($p_0$; $V_0$) и ($3p_0$; $3V_0$). Ее уравнение $p/p_0 = V/V_0$.

Полученное на участке 14 количество теплоты $\Delta Q$ идет на изменение внутренней энергии $\Delta U = 1{,}5\cdot 3p_0\cdot 3V_0 - 1{,}5\cdot p_0\cdot V_0 = 12p_0V_0$ и на совершение работы $A$, равной площади под графиком 14: $A = 2p_0 \cdot 2V_0 = 4p_0V_0$. Следовательно,

$\Delta Q = \Delta U + A = (12 + 4)p_0V_0 = 16p_0V_0 = 1{,}6$ кДж.

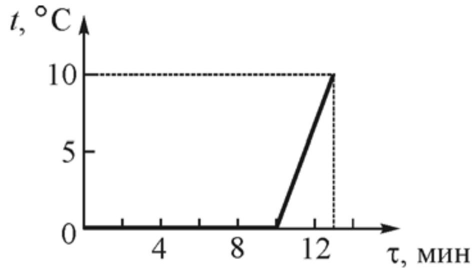
Температуры в точках 1 и 4 определяются из соотношений $p_0V_0 = \nu RT_1$ и $3p_0 \cdot 3V_0 = \nu RT_4$, где $\nu$ – количество вещества. Следовательно, изменение температуры в процессе 14 определяется из соотношения $8p_0V_0 = \nu R(T_4 - T_1)$ и равно $T_4 - T_1 = 8p_0V_0/(\nu R)$. Теплоемкость одного моля газа в процессе 14 составляет $C = \Delta Q/(T_4 - T_1) = 2R = 16{,}6$ Дж/(моль·К).

Найдем координаты точки самопересечения. Обозначая давление и объем в точке $A$ через $p = xp_0$ и $V = xV_0$, из уравнения изотермы 23 получим: $xp_0 \cdot xV_0 = p_0 \cdot 3V_0$, откуда $x^2 = 3$ и $x = \sqrt{3} \approx 1{,}73$. Следовательно, давление в точке самопересечения составляет $\approx 1{,}73 \cdot 10^5$ Па, а объем $\approx 1{,}73$ л.

**Ответ:** на участке 14 газ получил количество теплоты $\Delta Q = 16p_0V_0 = 1{,}6$ кДж, теплоемкость одного моля газа в этом процессе равно $2R = 16{,}6$ Дж/(моль·К); давление в точке самопересечения $A$ составляет $\approx 1{,}73p_0 \approx 1{,}73 \cdot 10^5$ Па, а объем $\approx 1{,}73V_0 \approx 1{,}73$ л.

## Задача 11-3

В калориметр с водой и льдом погрузили проволоку сопротивлением $R = 800$ Ом и стали пропускать ток силой $I = 1$ А. На графике приведена зависимость температуры $T$ в калориметре от времени $t$. Определите начальную массу льда $m_1$ и начальную массу воды в жидком состоянии $m_2$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 336$ кДж/кг, удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°С).




## Решение

Как следует из графика, за время $\tau_1 = 10$ мин. = 600 с в калориметре плавится лед, а еще за время $\tau_2 = 3$ мин. = 180 с вся вода нагревается от 0 °С до 10 °С, на $\Delta t = 10$ °С. На первом этапе получено количество теплоты $\lambda m_1$, на втором этапе – количество теплоты $c(m_1 + m_2)\Delta t$. Поскольку мощность электронагревателя составляет $I^2R$, составим уравнения: $I^2R\tau_1 = \lambda m_1$ и $I^2R\tau_2 = c(m_1 + m_2)\Delta t$. Следовательно, $m_1 = I^2R\tau_1/\lambda \approx 1{,}43$ кг и $m_2 = I^2R\tau_2/(c\Delta t) - m_1 \approx 2$ кг.

**Ответ:** начальная масса льда $m_1 = I^2R\tau_1/\lambda \approx 1{,}43$ кг, начальная масса воды $m_2 = I^2R\tau_2/(c\Delta t) - m_1 \approx 2$ кг.

## Задача 11-4

Незаряженный конденсатор заряжается через резистор сопротивлением $R$ от идеального источника постоянного напряжения (которое неизвестно). Максимальная сила тока во время зарядки равна $I$, а максимальный заряд конденсатора равен $Q$. Каков будет максимальный заряд конденсатора вдвое большей емкости после зарядки от другого идеального источника с напряжением $V$ через такой же резистор?

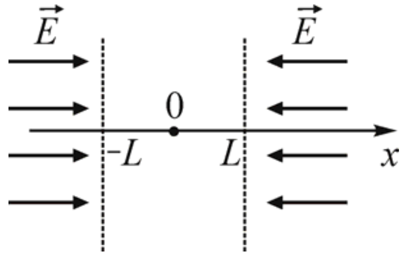
## Решение

Пусть $U$ – неизвестное напряжение первого источника. Сила тока в электрической цепи максимальна, когда конденсатор еще не зарядился и напряжение на нем равно нулю, при этом $I = U/R$. Максимальный (установившийся) заряд на конденсаторе емкости $C$ будет достигнут при нулевом токе в цепи; он будет равен $Q = CU$. Из полученных соотношений найдем емкость конденсатора: $C = Q/(IR)$.

Если заряжать конденсатор вдвое большей емкости $2C$ от источника напряжением $V$, установившийся заряд на конденсатор будет равен $q = 2CV = 2VQ/(IR)$.

Ответ: максимальный заряд конденсатора вдвое большей емкости будет равен $q = 2VQ/(IR)$.

### Задача 11-5




В пространстве имеется электрическое поле: в области $x > L$ напряженность поля направлена противоположно оси $x$ и равна по модулю $E$, в области $-L < x < L$ напряженность поля равна нулю, а в области $x < -L$ она направлена в положительном направлении по оси $x$ и также равна по модулю $E$. Положительно заряженной частице (заряд $+q$, масса $m$), находящейся в начале координат, сообщают начальную скорость $v_0$, направленную вдоль оси $x$ в положительном направлении. Действием силы тяжести на частицу можно пренебречь. Постройте графики зависимости от времени $t$:

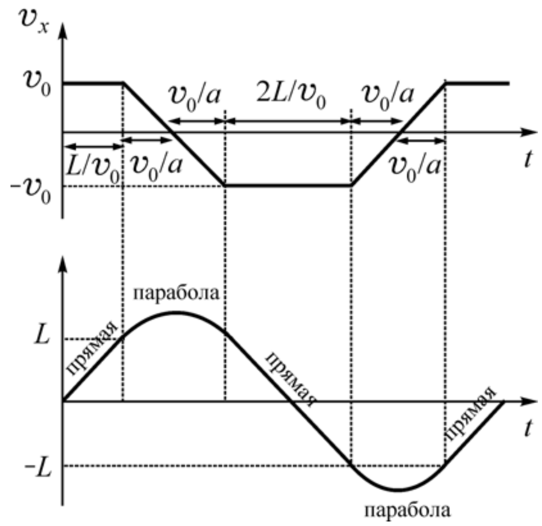
а) проекции скорости частицы на ось $x$;

б) координаты частицы $x$.

Как зависит период колебаний частицы $T$ от ее начальной скорости? При какой начальной скорости частицы период колебаний минимален? Чему он равен?

### Решение

Когда частица находится в области $-L < x < L$, ее движение равномерное; в областях $x > L$ и $x < -L$ частица движется с ускорением, равным по модулю $a = qE/m$. Графики зависимости проекции скорости $v_x$ и координаты $x$ от времени $t$ изображены на рисунке. Период (негармонических) колебаний частицы равен $T = \dfrac{4L}{v_0} + \dfrac{4v_0}{a} = 4\left(\dfrac{L}{v_0} + \dfrac{mv_0}{qE}\right)$.




Минимально возможное значение периода можно найти, используя неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим: $\dfrac{T}{2} = \dfrac{(4L/v_0) + (4v_0/a)}{2} \geq \sqrt{\dfrac{4L}{v_0} \cdot \dfrac{4v_0}{a}} = 4\sqrt{\dfrac{L}{a}}$, то есть $T \geq 8\sqrt{\dfrac{L}{a}}$. В неравенстве между средним арифметическим и средним геометрическим двух чисел равенство достигается только тогда, когда эти числа равны: $\dfrac{4L}{v_0} = \dfrac{4v_0}{a}$, откуда $v_0 = \sqrt{aL} = \sqrt{\dfrac{qEL}{m}}$.

Период колебаний при этом равен $T_{\min} = 8\sqrt{\dfrac{L}{a}} = 8\sqrt{\dfrac{mL}{qE}}$.

Эти же результаты можно получить, исследуя зависимость $T(v_0)$ на наличие экстремума при помощи производной.

**Ответ:** графики изображены на рисунке; период возникающих колебаний равен $T = 4\left(\dfrac{L}{v_0} + \dfrac{mv_0}{qE}\right)$; его минимальное значение достигается при $v_0 = \sqrt{\dfrac{qEL}{m}}$ и равно $T_{\min} = 8\sqrt{\dfrac{mL}{qE}}$.